



MMPO - 2015

17-я Всероссийская конференция

г. Светлогорск

20 – 24 сентября 2015 г.

**Определение
зеркальной симметрии фигур
на основе цепочек
скелетных примитивов**



Кушнир О.А., Середин О.С.

kushnir-olesya@rambler.ru, oseredin@yandex.ru

Тульский государственный университет
Лаборатория анализа данных



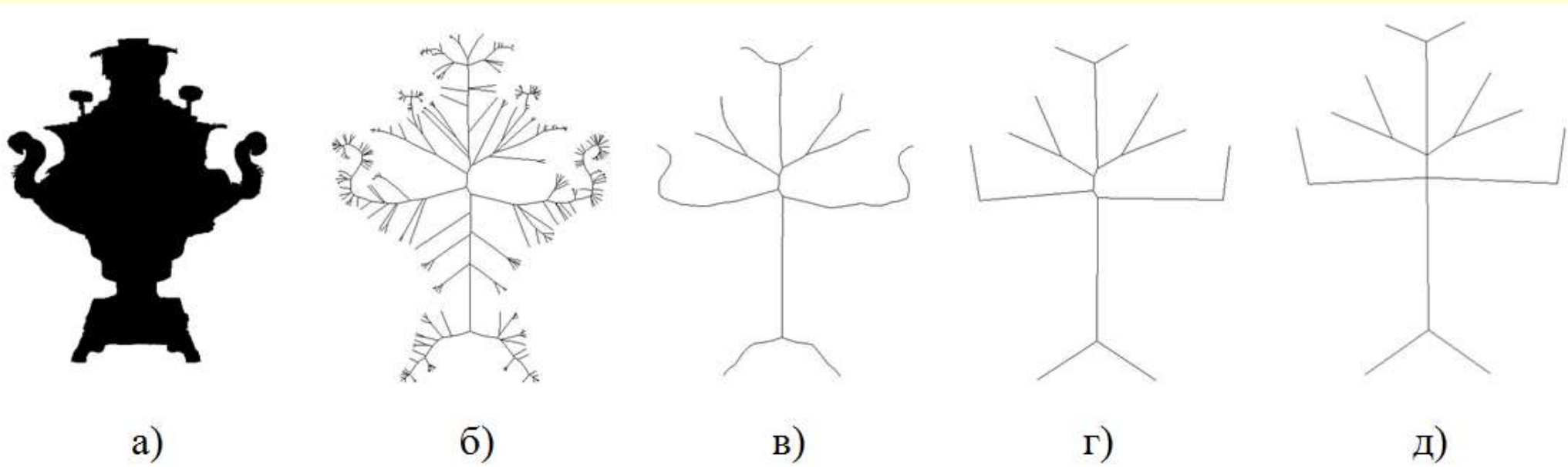
Задача исследования

Наша задача – построить математически корректную процедуру парного сравнения бинарных изображений, основываясь на скелетном описании формы (непрерывный скелет – морфология Л.М. Местецкого).

Идея процедуры сравнения скелетов

1. Использовать описание скелета в виде цепочки примитивов
2. Учесть в описании радиальную функцию скелета, дополнив примитивы векторами соответствующих коэффициентов Лежандра
3. На основе полученных описаний построить процедуру парного выравнивания цепочек, аналогичную выравниванию символьных последовательностей (аналог редакционного расстояния)
4. Базируясь на оптимальном выравнивании, получить функцию парного сравнения цепочек примитивов, а следовательно, и скелетов

Предварительная обработка скелета – регуляризация, аппроксимация, склейка



а) изображение, б) его скелет, в) регуляризация скелета, г) аппроксимация, д) склейка

Описание скелета цепочкой примитивов

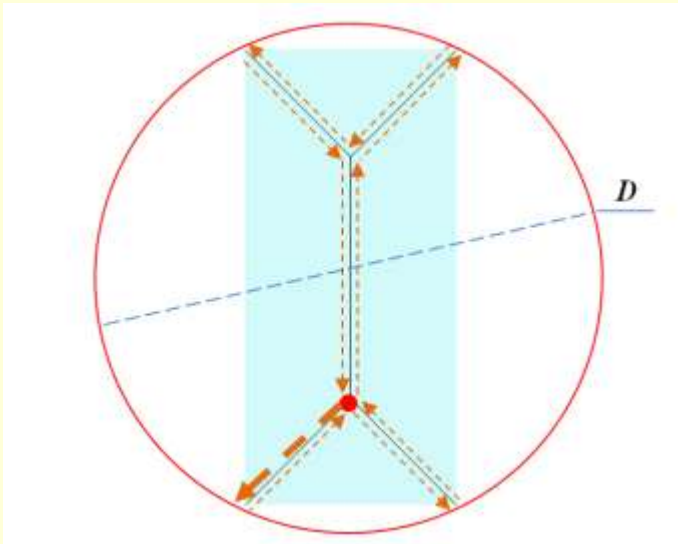
Примитив является двухкомпонентным вектором $\omega = \{l, \alpha\}$, где

l - нормированная длина текущего ребра скелетного графа,

α - нормированный угол между текущим и следующим ребрами.

Множество примитивов Ω

Цепочка примитивов: $\{l_1, \alpha_1\} \{l_2, \alpha_2\} \dots \{l_N, \alpha_N\} \in \Omega$



$\{0.29; 1\} \{0.29; 0.25\} \{0.29; 1\} \{0.29; 0.38\} \{0.48; 0.38\}$
 $\{0.29; 1\} \{0.29; 0.25\} \{0.29; 1\} \{0.29; 0.38\} \{0.48; 0.38\}$

Особенность: один и тот же скелет может быть описан несколькими цепочками в зависимости от выбора начальной вершины обхода. Одна цепочка может быть превращена в другую операцией циклического сдвига. Таким образом, описание инвариантно к повороту фигуры.

Рогов А.А., Быстров М.Ю. Структурное распознавание бинарных изображений с использованием скелетов. // Доклады Всероссийской конференции "Математические методы распознавания образов", (ММРО-15). Петрозаводск, 2011.

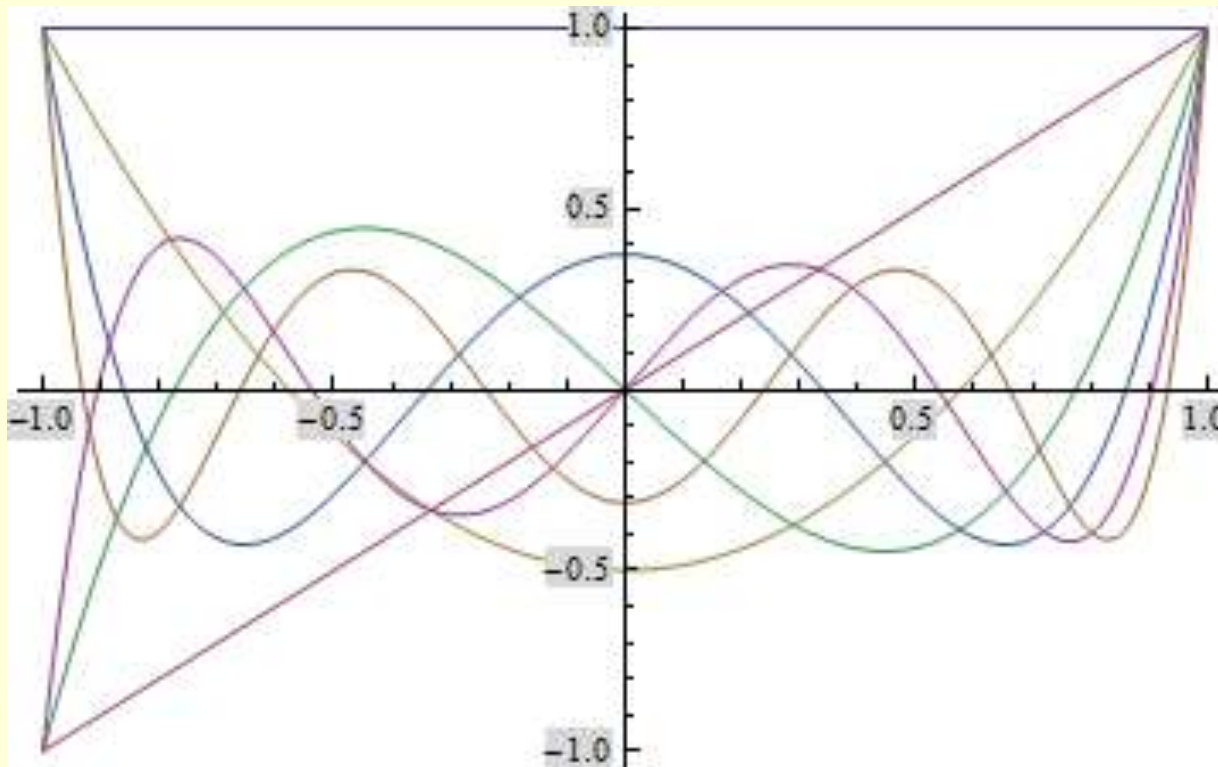
Предположение:

для решения проблемы распознавания изображений с одинаковой скелетной топологией надо учесть радиальную функцию скелета (радиусы максимальных вписанных в фигуру окружностей)



Параметрическое описание ширины многочленами Лежандра

Ортогональные на отрезке $[-1; 1]$ функции Лежандра:



$$\varphi_0 = 1$$

$$\varphi_1 = x$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

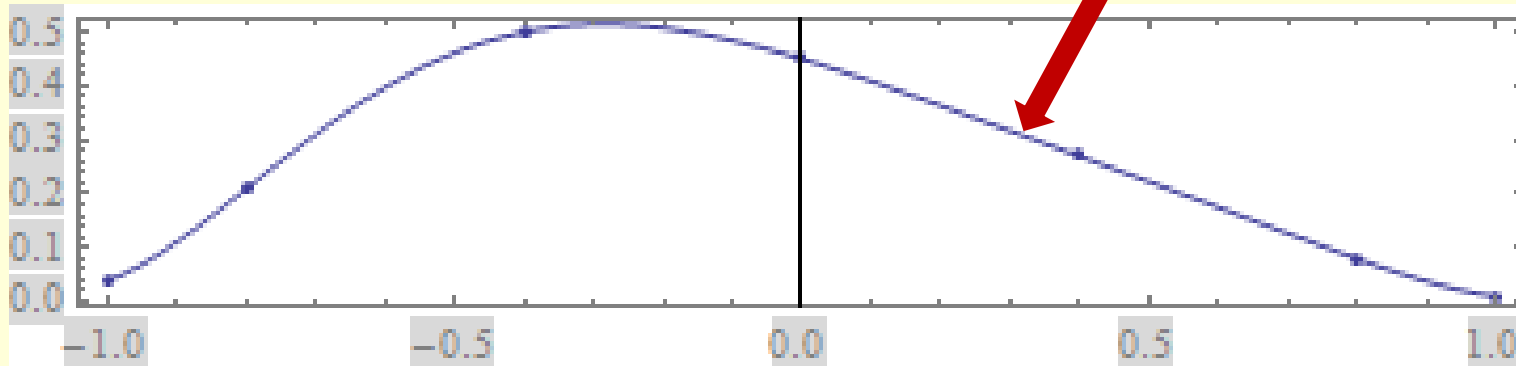
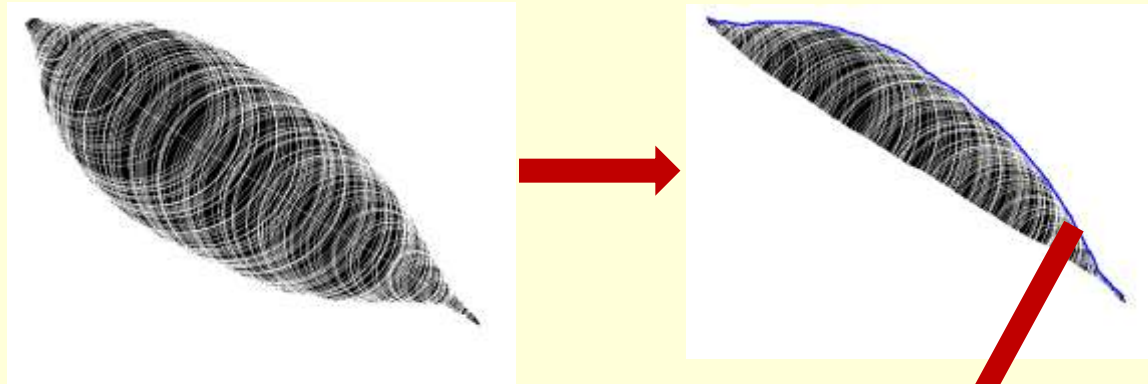
$$\varphi_4 = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

...

$$y(x) \approx p_0\varphi_0(x) + p_1\varphi_1(x) + \dots + p_n\varphi_n(x)$$

Параметрическое описание ширины многочленами Лежандра

Схема получения параметрического описания функции ширины:



$$\mathbf{p} = \{p_0, \dots\} = \{0.298; 0.113; -0.309; 0.135; 0.011; -0.037; 0.024\}$$

Учет параметрического описания ширины в узловой функции

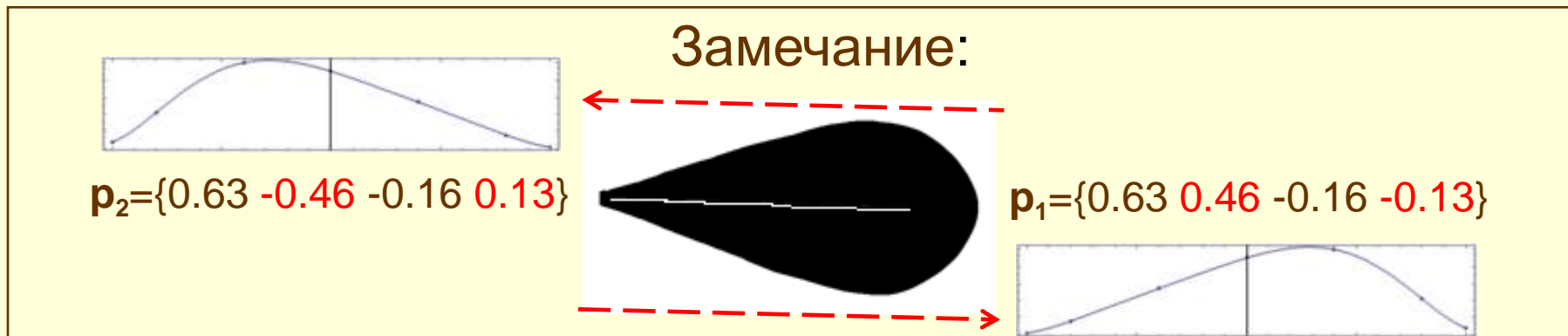
Функция различия ширины двух скелетных ребер:

$$f(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') = \sum_{i=0}^n (p'_i - p''_i)^2$$

n - количество коэффициентов Лежандра

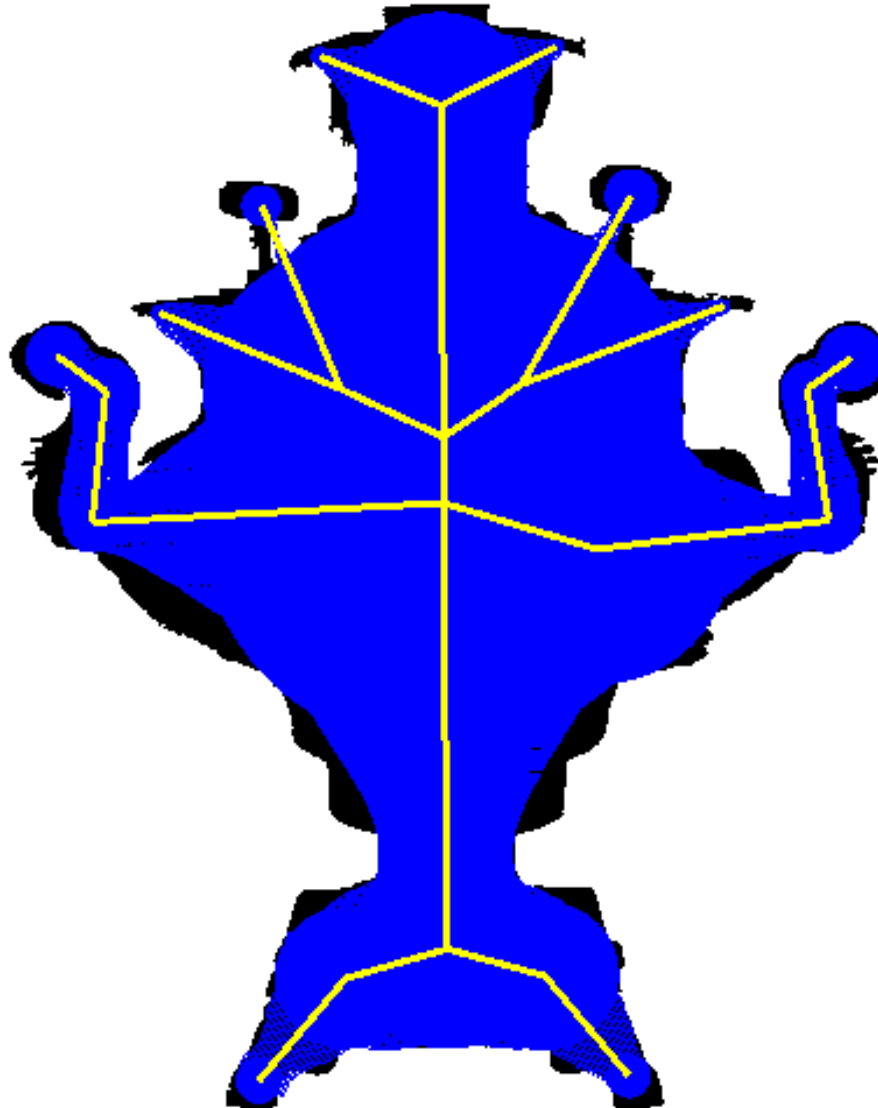
Дополнительный векторный компонент в примитиве:

$$\omega = \{l, \alpha, \mathbf{p}\}$$



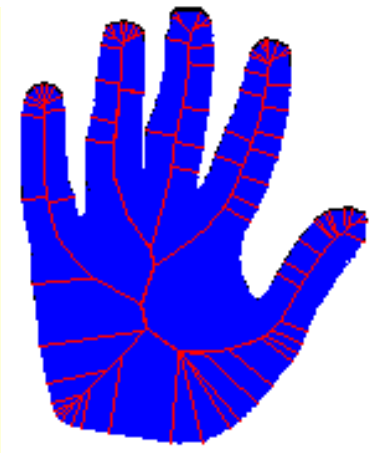
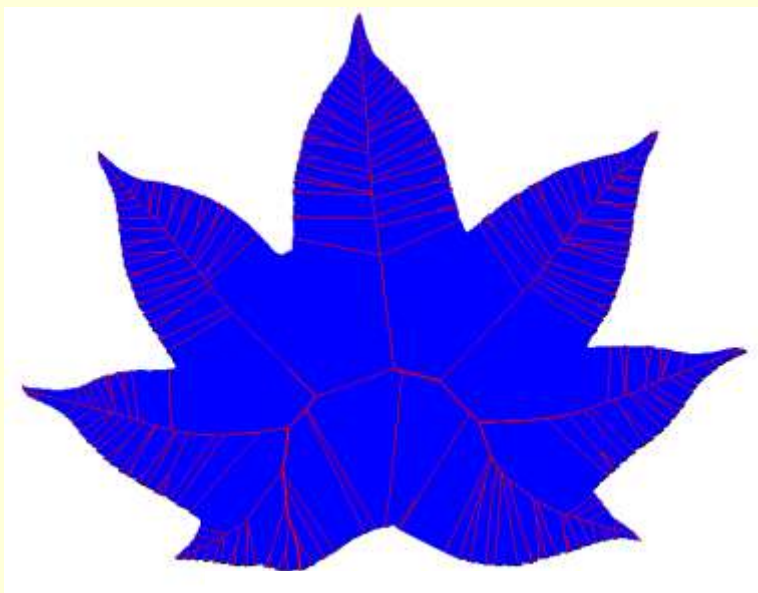
Восстановление форм по цепочкам примитивов

0.2011484951 1.0000000000 7 0.6461056471 -0.7460979223 0.1167808622 0.0357485153 0.0118369032 -0.0000000000 0.0000000000 1 0.2011484951 0.1071002707 7
0.6461056471 0.7460979223 0.
0.2144002169 0.1353905201 0.
0.0548622832 -0.0000000000 0.
0.0000000000 43 0.3071542680
0.1201916188 1.0000000000 7 (
0.7675097585 0.6788156033 -0.
0.0166151989 0.0709726587 0.
0.0135117937 -0.0000000000 0.
0.0089682471 5 0.1050199866 (
1.0000000000 7 0.5254390240 -
0.7514514327 0.2710044384 -0.
0.0163799413 -0.0008891795 -0.
0.0130132167 -0.0206584167 1.
11 0.0610603727 0.2606848776
7 0.7357988954 -0.6320652366
0.0552828088 0.0510816053 -0.
0.0513500161 -0.0051704743 0.
0.0000000000 20 0.1223184392
0.3253182173 0.2427431196 7 (
0.6017318964 -0.4002659619 0.
0.0090289693 -0.0443322062 -0.
0.0688829869 0.0253876541 -0.
0.1100686938 26 0.0975023285
0.0936945900 0.4045760036 7
0.6615386605 -0.3856779039 0.
0.0360884033 0.0426976159 0.
0.0000000000 -0.0000000000 0.
0.0310854446 24 0.1489112377
0.7563280463 7 0.5969581604 -
-0.0798621550 0.0249860510 0.
0.0134955514 -0.0403137095 0.
-0.0001985189 -0.0057804855 3
36 0.2161787301 0.4340843260
7 2.2943470478 0.6688190699 (
0.0156741776 -0.0000000000 0.
0.0000000000 -0.0000000000 0.
5935562849 -0.7489027381
'144002169 -0.1353905201
0000000000 0.0000000000
0.0089682471 10
) .1201916188 0.3633669317 7
0.7608020902 -0.7141321301
'166151989 -0.0709726587
) .0258193649 0.0057678013
0000000000 16 0.1851414889
) .1217050850 7 0.5254390240
-0.6601926684 0.1275362223
-0.0163799413 -0.0008891795
-0.0000000000 0.0000000000
2 0.3253182173 0.2247414887
7 0.4868810177 -0.0191143937
3 0.2007327527 0.0037569138 -
-0.0513500161 0.0051704743
-0.0360003300 19
) .4130301178 0.2932236195 7
1.6448824406 -0.2292540967
0.1097645238 -0.0093402676
) .0688829869 -0.0253876541 -
0.0000000000 25
0.1209752634 1.0000000000 7
0.6615386605 0.3856779039
) .0364066437 0.0414077863
0.0597939342 0.0293063093 -
) .0000000000 41 0.2161787301
0.3223042190 7 0.4287055433
0.1082293764 0.2161424458
-0.0134955514 -0.0403137095
3 0.0392036401 0.0146230236
5 0.1489112377 0.2944527566
7 7.3919067383 -0.1254920959
0.0064289114 -0.0051787384



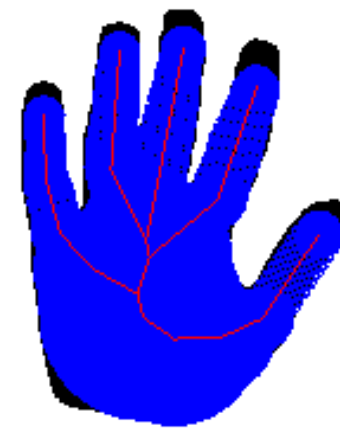
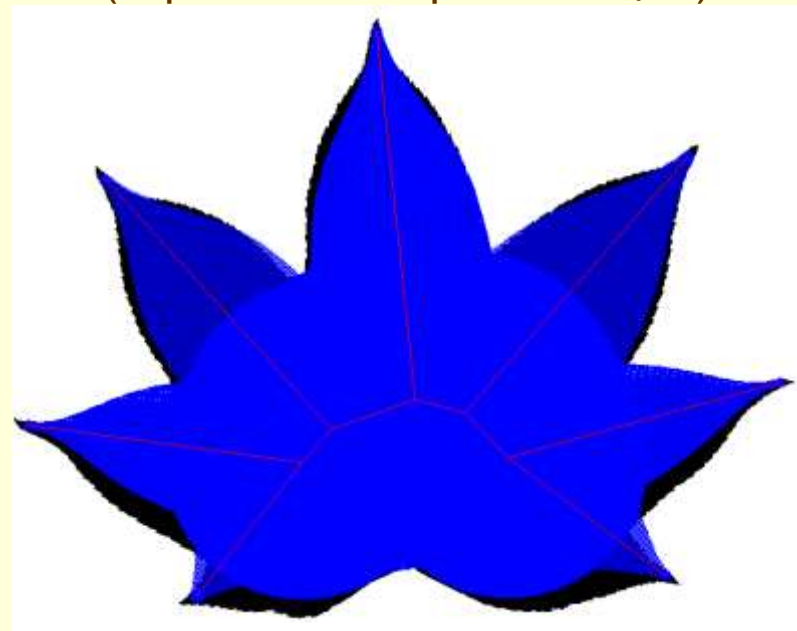
Восстановление форм по цепочкам примитивов

Полный скелет:



Базовый скелет

(стрижка и аппроксимация):



Идея выравнивания двух последовательностей

Символьные последовательности:

DEBCABD--BDECABC
--BCA-DEABDEC---

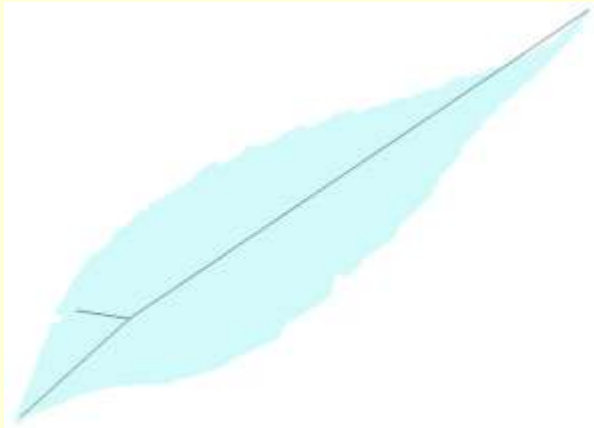
Матрица подстановок:

	-	A	B	...
-	∅	s(-,A)	s(-,B)	...
A	s(A,-)	0	s(A,B)	...
B	s(B,-)	s(B,A)	0	...
...	0

Последовательности цепочек примитивов:

{0,299;1} {0,299;0,25} {0,48; 0,38} {0,299;1} {0,299; 0,4} {0,48; 0,38}
 {0,29; 1} {0,29; 0,25} { - ; - } {0,29; 1} {0,29; 0,75} { - ; - }

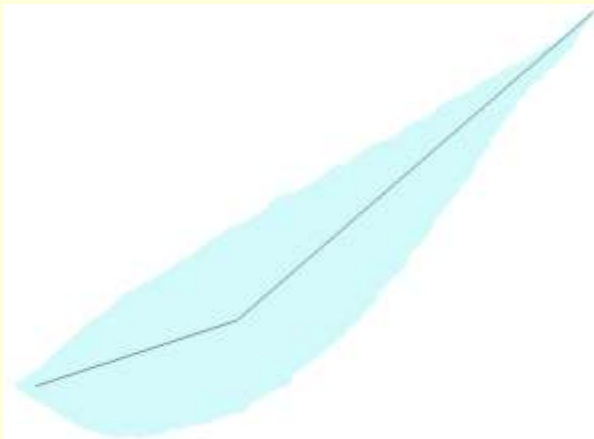
Процедура парного выравнивания цепочек примитивов



Базовая : $B : b_1, \dots, b_N = \{l_1, \alpha_1, \mathbf{p}_1\} \{l_2, \alpha_2, \mathbf{p}_2\} \dots \{l_N, \alpha_N, \mathbf{p}_N\} \in \Omega$



$\{0.210, 1, (0.048, -0.407, 0.037, -0.021)\}$
 $\{0.210, 0.477, (0.048, 0.407, 0.037, 0.021)\}$
 $\{0.792, 1, (0.071, -0.172, -0.054, 0.054)\}$
 $\{0.792, 0.477, (0.071, 0.172, -0.054, -0.054)\}$
 $\{0.076, 1, (0.060, -0.956, 0.011, 0.0)\}$
 $\{0.076, 0.141, (0.060, 0.956, 0.011, 0.0)\}$



Ссылочная: $R : r_1, \dots, r_K = \{l_1, \alpha_1, \mathbf{p}_1\} \{l_2, \alpha_2, \mathbf{p}_2\} \dots \{l_K, \alpha_K, \mathbf{p}_K\} \in \Omega$



$\{0.315, 1, (0.089, -0.300, -0.133, -0.016)\}$
 $\{0.315, 0.563, (0.089, 0.300, -0.133, 0.016)\}$
 $\{0.702, 1, (0.063, -0.187, -0.007, 0.022)\}$
 $\{0.702, 0.437, (0.063, 0.187, -0.007, -0.022)\}$

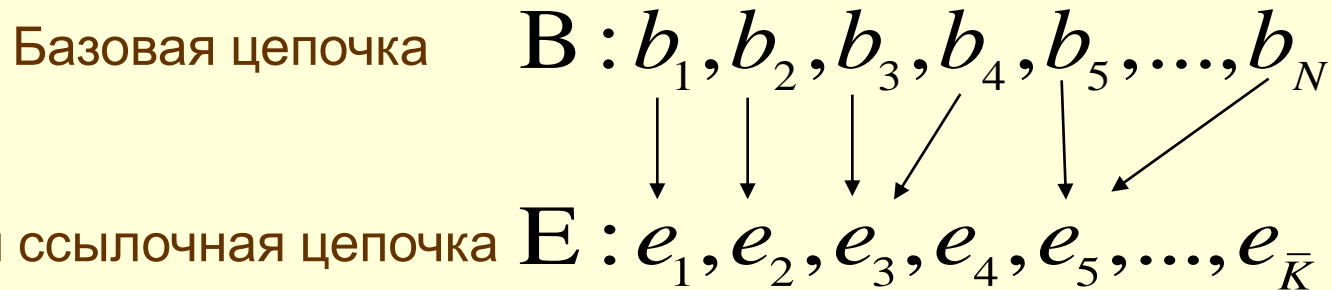


$g = \text{"-"}, g \in \Omega$

Расширенная ссылочная цепочка: $E : e_1, \dots, e_{\bar{K}}$

$-\{0.702, 1, (0.063, -0.187, -0.007, 0.022)\} \{0.702, 0.437, (0.063, 0.187, -0.007, -0.022)\} -$
 $\{0.315, 1, (0.089, -0.300, -0.133, -0.016)\} \{0.315, 0.563, (0.089, 0.300, -0.133, 0.016)\} -$

Механизм парного выравнивания цепочек



Вектор ссылок $\mathbf{z} = \{z_t\} : t = 1 \dots N, z_t \in \{1, \dots, \bar{K}\}$

где N – число элементов в базовой цепочке,

t – порядковый номер элемента в базовой цепочке,

\bar{K} - количество элементов в расширенной ссылочной цепочке.

Задача поиска оптимального парного выравнивания:

поиск вектора ссылок $\hat{\mathbf{z}}$, доставляющего минимум некоторой критериальной функции $J(\mathbf{z})$

Решается при помощи **динамического программирования**.

Для поиска наилучшего из оптимальных выравниваний, получаемых при изменении начала обхода скелета, используется операция циклического сдвига.

Парно-сепарабельная функция

Узловая функция (различие):

$$d(\omega', \omega'') = (l' - l'')^2 + (\alpha' - \alpha'')^2 + \sum_{i=0}^n (p_i' - p_i'')^2$$

Узловая функция в терминах вектора ссылок:

$$\psi_t(z_t) = d(\omega'_t, \omega''_{z_t}),$$

$$t \in \{1, \dots, N\}, z_t \in \{1, \dots, \bar{K}\}$$

Функция связи (взаиморасположение):

$$\gamma_t(z_{t-1}, z_t) = \begin{cases} \infty, & z_t < z_{t-1}, \\ \infty, & z_t = z_{t-1} \wedge e_{z_t} \neq g, \\ c, & z_t = z_{t-1} \wedge e_{z_t} = g, \\ \sum_{j=z_{t-1}+1}^{z_t-1} c \cdot I(e_{z_t} \neq g), & \\ c, & e_{z_t} = g, \quad t \in \{2, \dots, N\} \end{cases}$$

Парно-сепарабельный критерий:

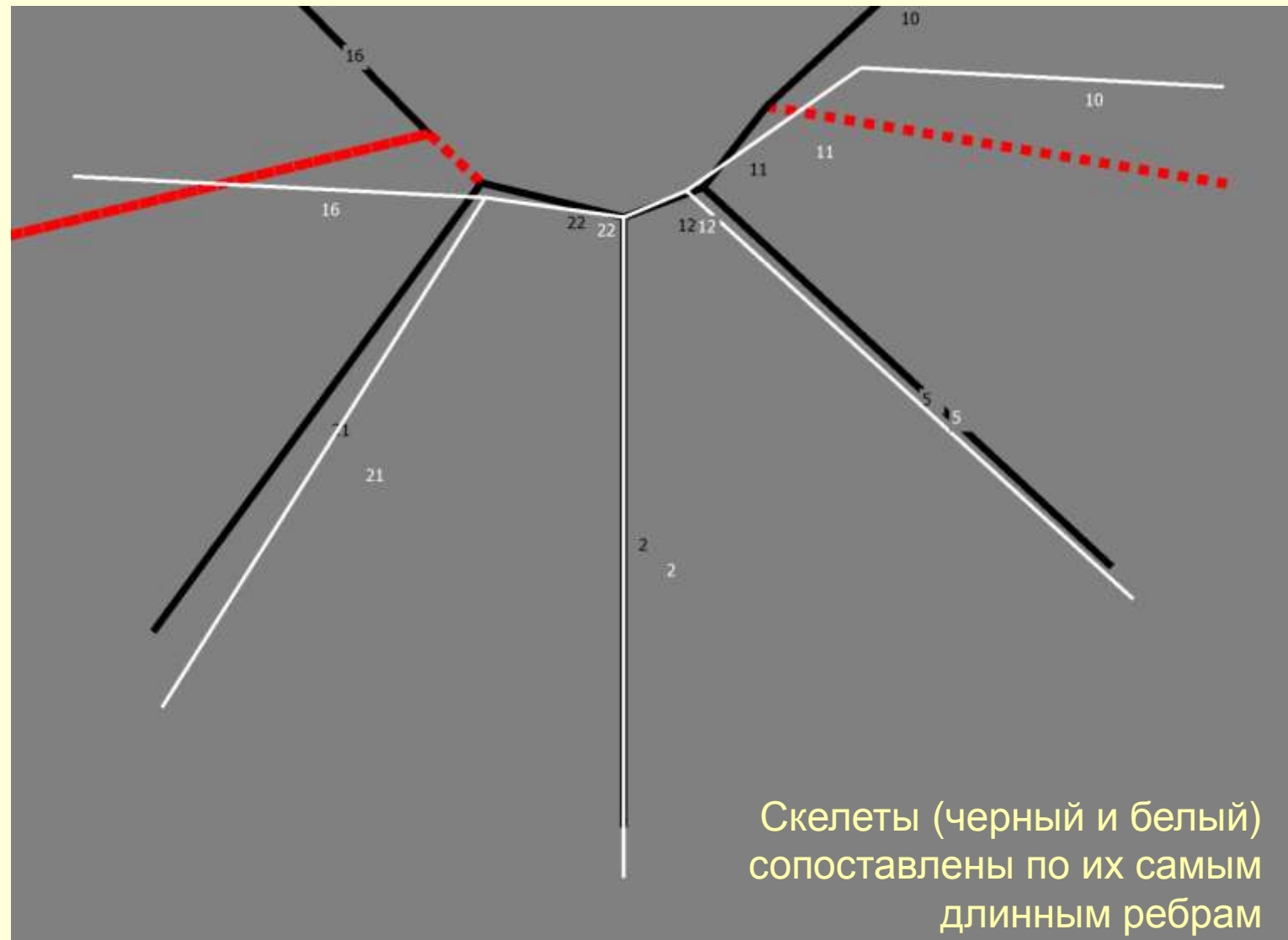
$$J(\mathbf{z}) = \sum_{t=1}^N \psi_t(z_t) + \sum_{t=2}^N \gamma_t(z_{t-1}, z_t) \rightarrow \min(\mathbf{z})$$

Функция парного сравнения цепочек примитивов

$$D(\mathbf{B}, \mathbf{R}) = \sqrt{\frac{1}{N + K} J(\hat{\mathbf{z}})}$$

Экспериментальные данные показывают, что D обладает **метрическими свойствами**.

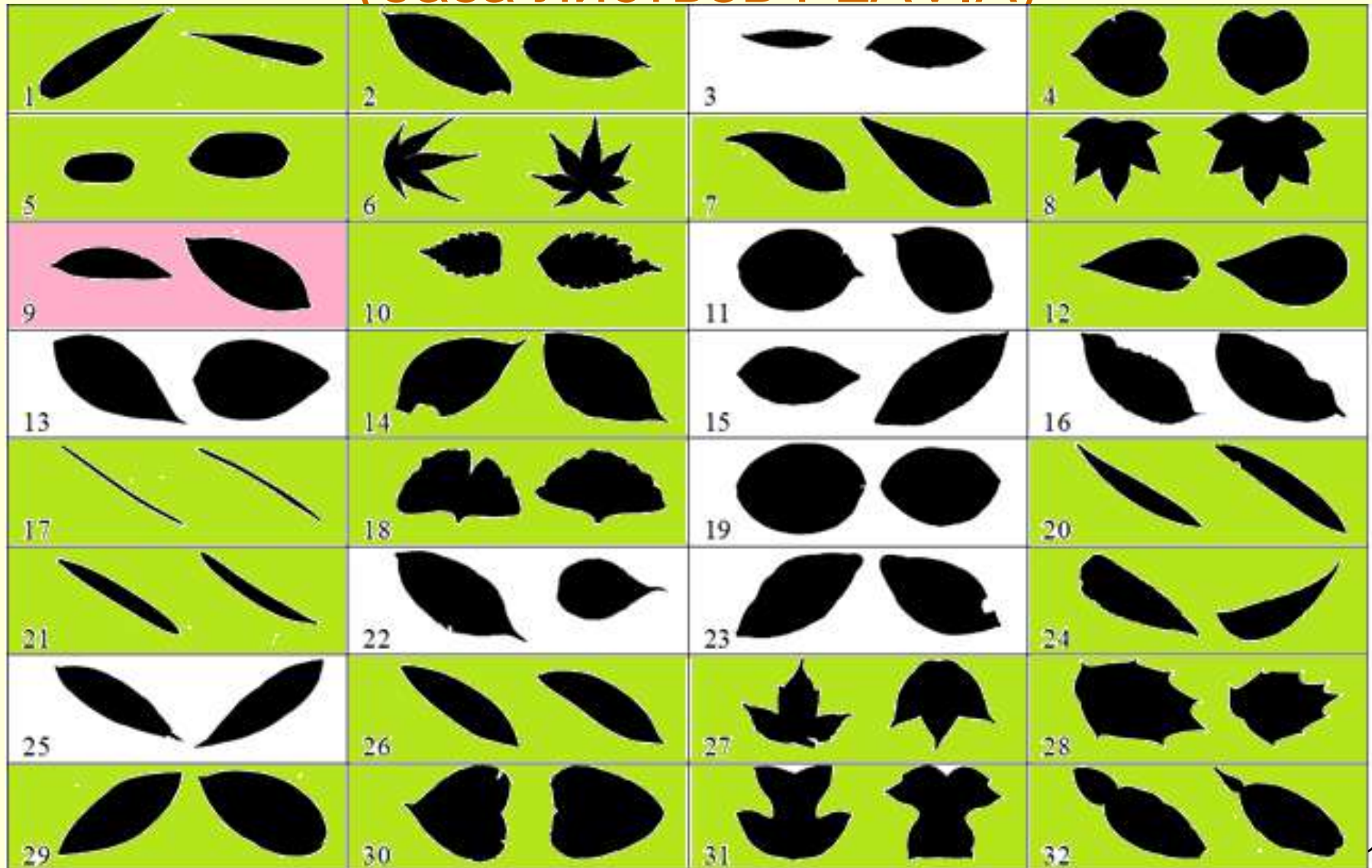
Графическое представление выравнивания



Скелеты (черный и белый) сопоставлены по их самым длинным ребрам

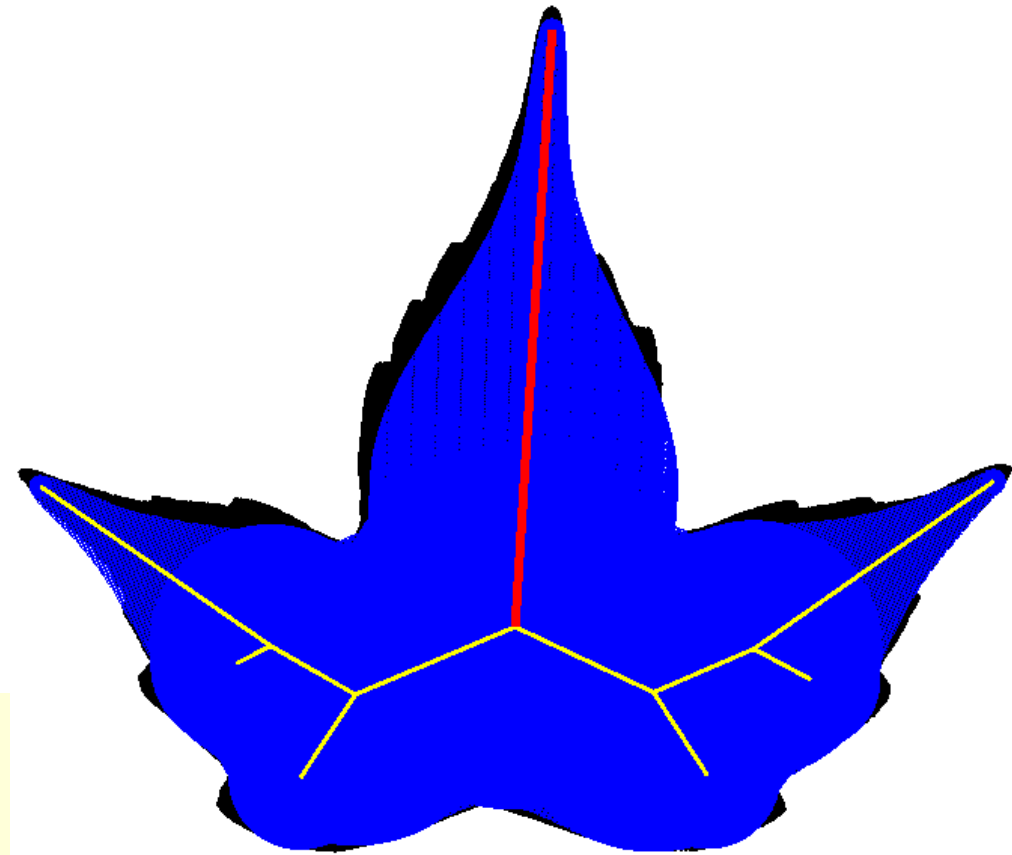
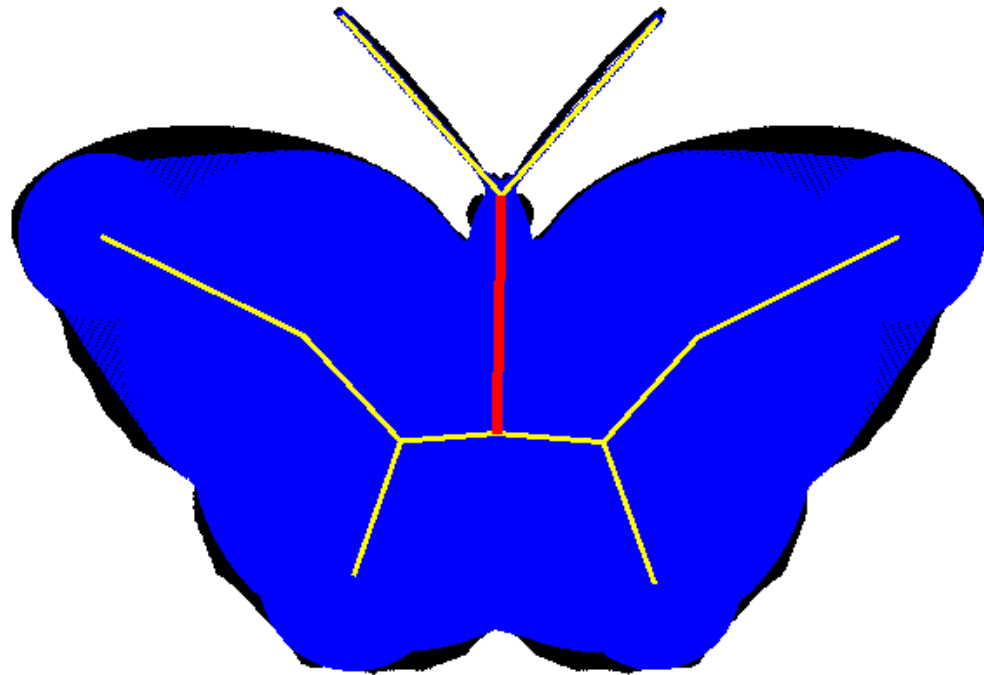
$$D(B,R) = 0.204 \text{ при } c = 0.2$$

Результат экспериментальных исследований (база листьев FLAVIA)



Зеркальная (квази-)симметрия изображений

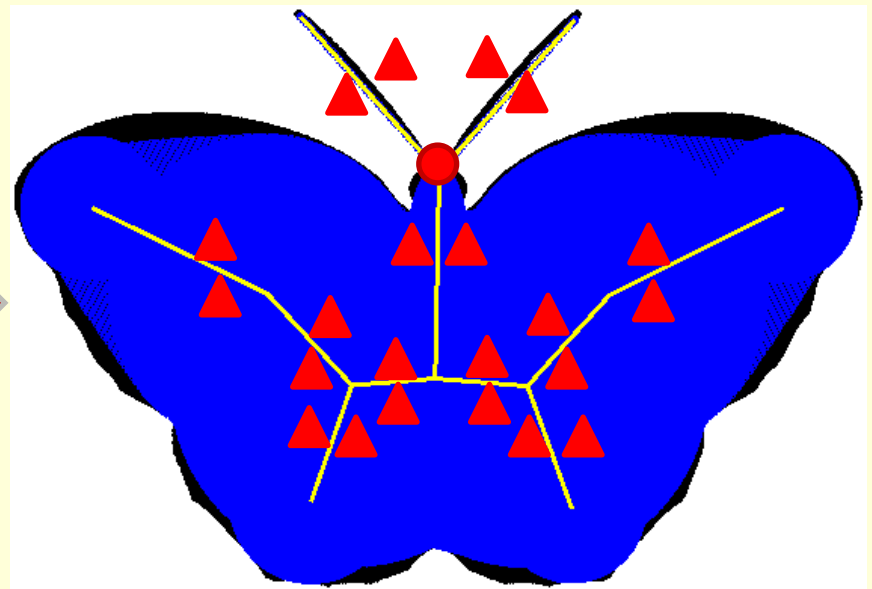
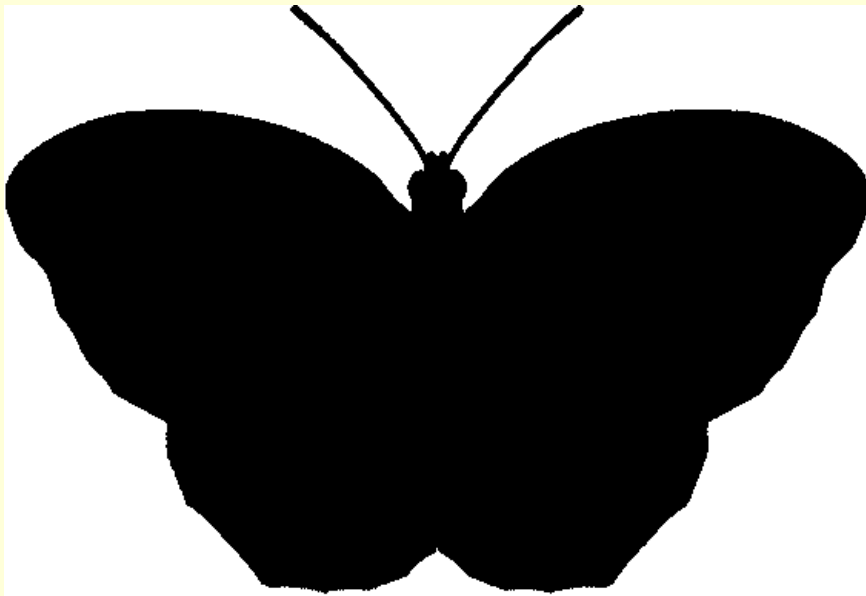
Ось симметрии фигуры (и скелета):



Как найти ось симметрии:
найти минимум функции различия
левой и правой подцепочек
примитивов скелета

Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

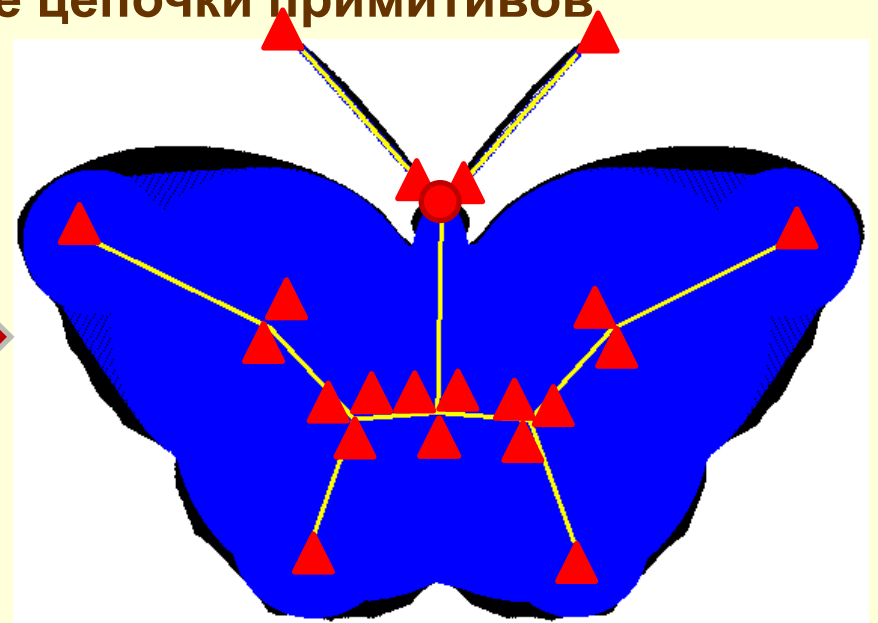
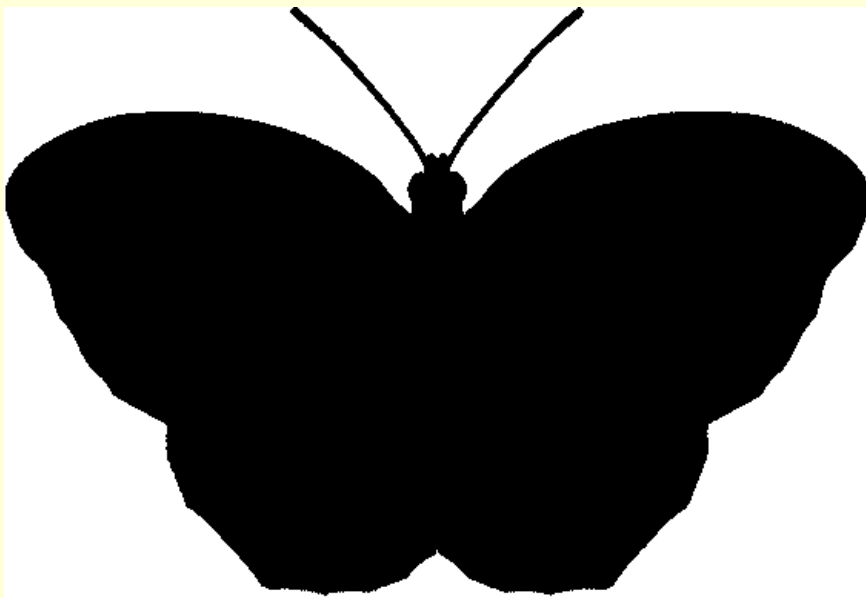
1. Построение скелета бинарного растрового изображения и текстового описания для него в виде цепочки примитивов



{0.3 1 } {0.3 0.38} {0.3 0.3} {0.12 0.36} {0.18 0.6} {0.28 1} {0.28 0.44} {0.18 0.33} {0.18 1} {0.18 0.32} {0.12 0.47} {0.13 0.32} {0.19 1} {0.19 0.33} {0.18 0.44} {0.28 1} {0.28 0.56} {0.18 0.35} {0.13 0.26} {0.3 0.39} {0.3 1} {0.3 0.23}

Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

1. Построение скелета бинарного растрового изображения и текстового описания для него в виде цепочки примитивов

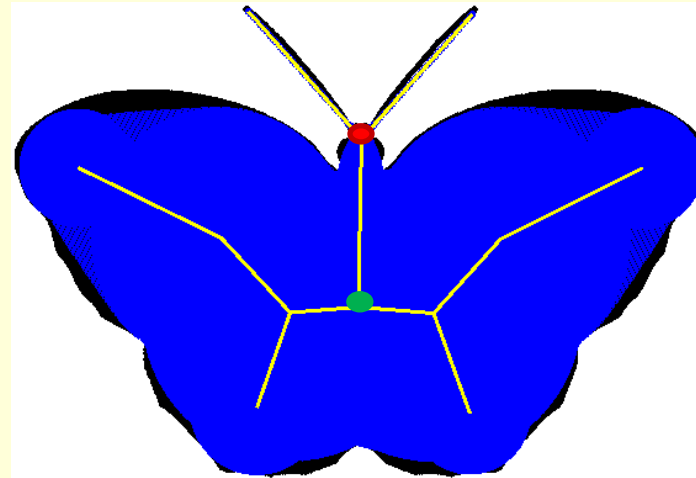


{0.3 1}{0.3 0.38}{0.3 0.3}{0.12 0.36}{0.18 0.6}{0.28 1}{0.28 0.44}{0.18 0.33}{0.18 1}{0.18 0.32}{0.12 0.47}

{0.13 0.32}{0.19 1}{0.19 0.33}{0.18 0.44}{0.28 1}{0.28 0.56}{0.18 0.35}{0.13 0.26}{0.3 0.39}{0.3 1}{0.3 0.23}

Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

1а. Перестроение подцепочек примитивов для поиска симметрии



$\{0.3\ 1\}\{0.3\ 0.38\}\{0.3\ 0.3\}\{0.12\ 0.36\}\{0.18\ 0.6\}\{0.28\ 1\}\{0.28\ 0.44\}\{0.18\ 0.33\}\{0.18\ 1\}\{0.18\ 0.32\}\{0.12\ 0.47\}$

$\{0.13\ 0.32\}\{0.19\ 1\}\{0.19\ 0.33\}\{0.18\ 0.44\}\{0.28\ 1\}\{0.28\ 0.56\}\{0.18\ 0.35\}\{0.13\ 0.26\}\{0.3\ 0.39\}\{0.3\ 1\}\{0.3\ 0.23\}$

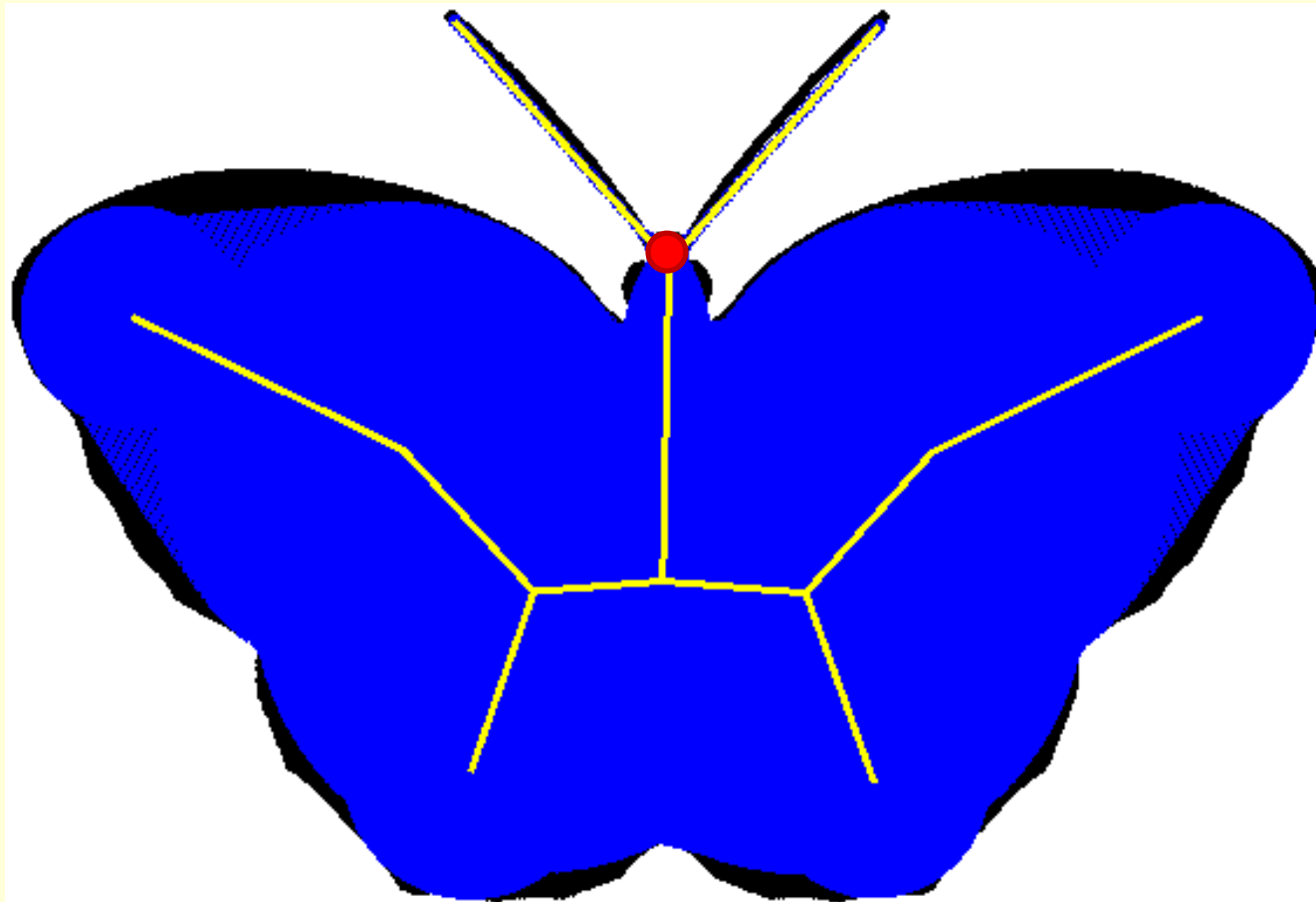


$\{0.3\ 1\}\{0.3\ 0.38\}\{0.3\ 0.3\}\{0.12\ 0.36\}\{0.18\ 0.6\}\{0.28\ 1\}\{0.28\ 0.44\}\{0.18\ 0.33\}\{0.18\ 1\}\{0.18\ 0.32\}\{0.12\ 0.47\}$

$\{0.3\ 1\}\{0.3\ 0.39\}\{0.3\ 0.26\}\{0.13\ 0.35\}\{0.18\ 0.56\}\{0.28\ 1\}\{0.28\ 0.44\}\{0.18\ 0.33\}\{0.19\ 1\}\{0.19\ 0.32\}\{0.13\ 0.47\}$

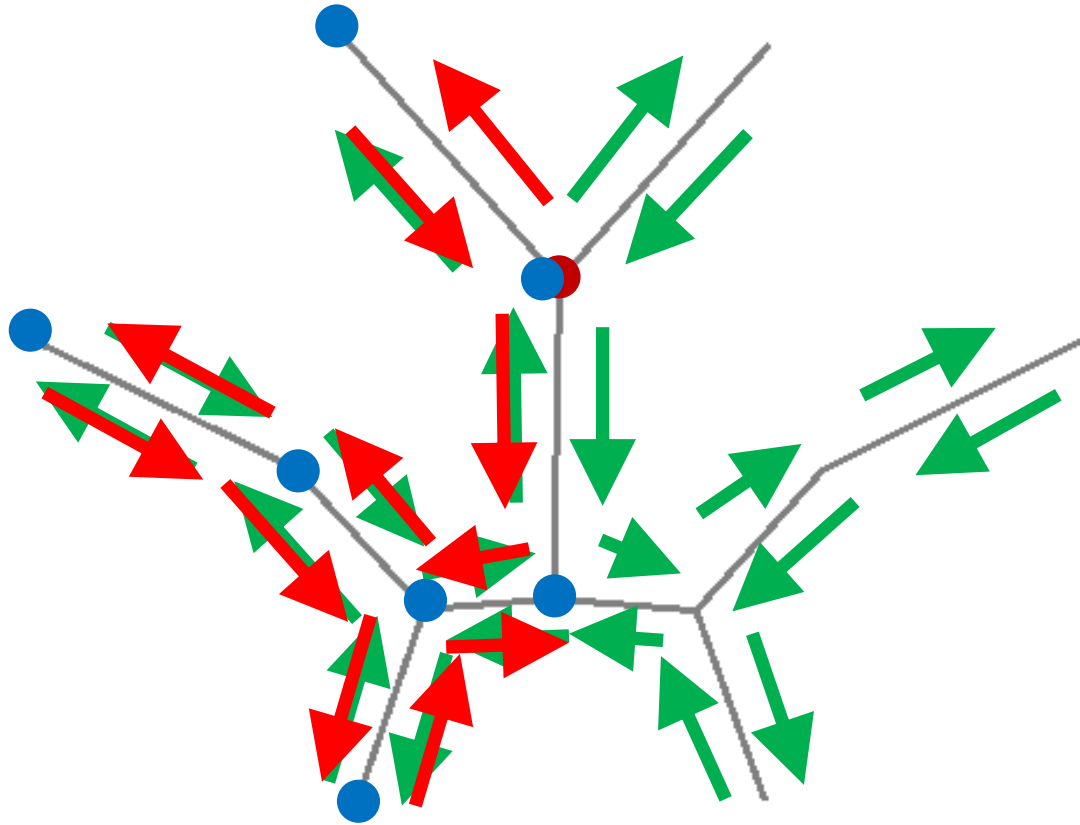
Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

2. Выбор произвольной вершины скелета в качестве начальной.



Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

3. Разделение цепочки на левую и правую подцепочки выбором очередной вершины в качестве конечной.



Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

4. Определение степени различия левой и правой подцепочек предложенным ранее методом сравнения цепочек примитивов.

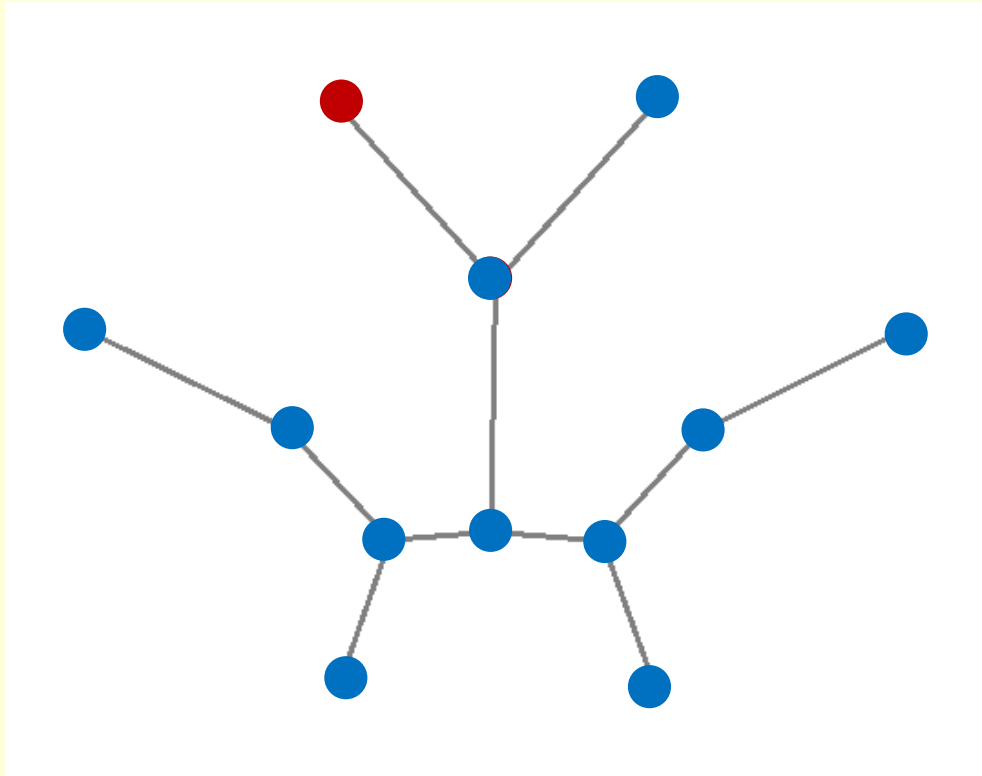
{0.3 1}	{0.3 0.38}	{0.3 0.30}	{0.12 0.30}	{0.18 0.56}	{0.28 1}	{0.28 0.44}	{0.18 0.33}	{0.18 1}	{0.18 0.32}	{0.12 0.47}
{0.3 1}	{0.3 0.39}	{0.3 0.26}	{0.13 0.35}	{0.18 0.56}	{0.28 1}	{0.28 0.44}	{0.18 0.33}	{0.19 1}	{0.19 0.32}	{0.13 0.47}

5. Повторение пунктов 3 и 4. Из всех возможных вариантов разделения на подцепочки выбирается тот, при котором процедура сравнения возвращает минимальное число:

0.010161

Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

6. Повторение пунктов 2,3,4,5 до тех пор, пока в качестве начальной не будут задействованы все вершины скелета:

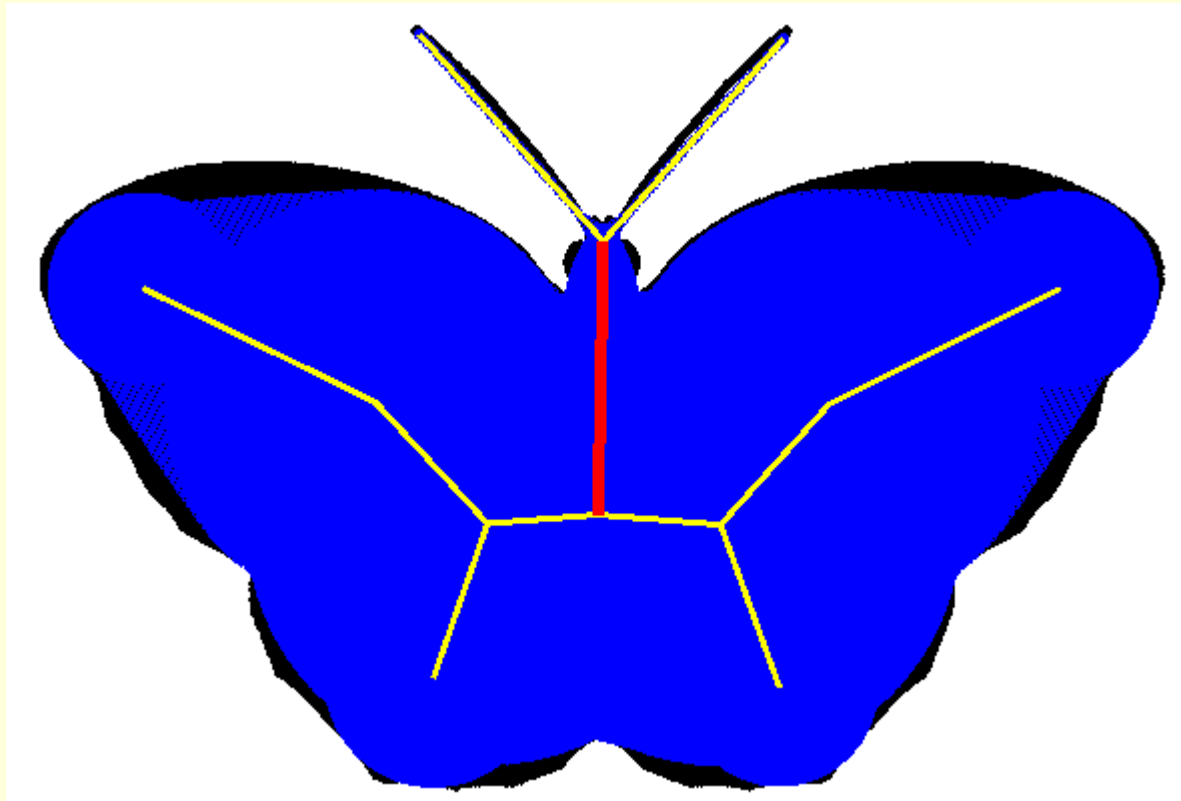


Из всех запомненных в пункте 5 вариантов разделения с минимумом функции сравнения выбирается самый минимальный. Он и является искомым разделением на зеркально-симметричные части изображения.

Определение зеркальной (квази-)симметрии изображения

Результат работы алгоритма:

1. Найдены минимально различные подцепочки примитивов, соответствующие симметричным частям скелета.
2. Между точками разделения частей скелетов построена ось симметрии:



Результат определения симметрии бинарного растрового изображения

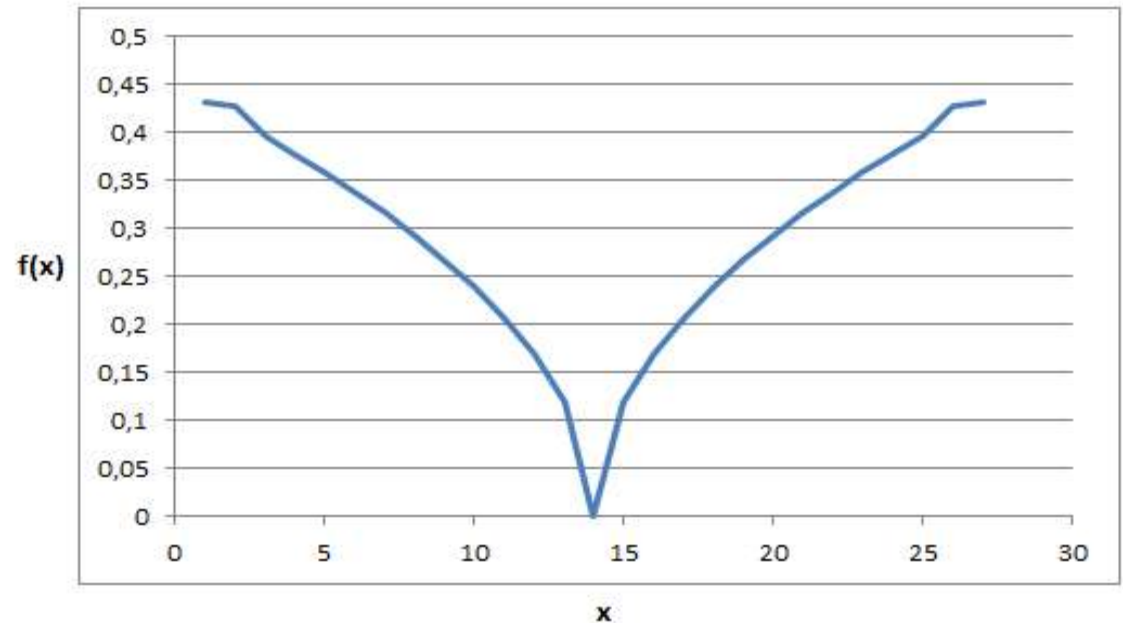
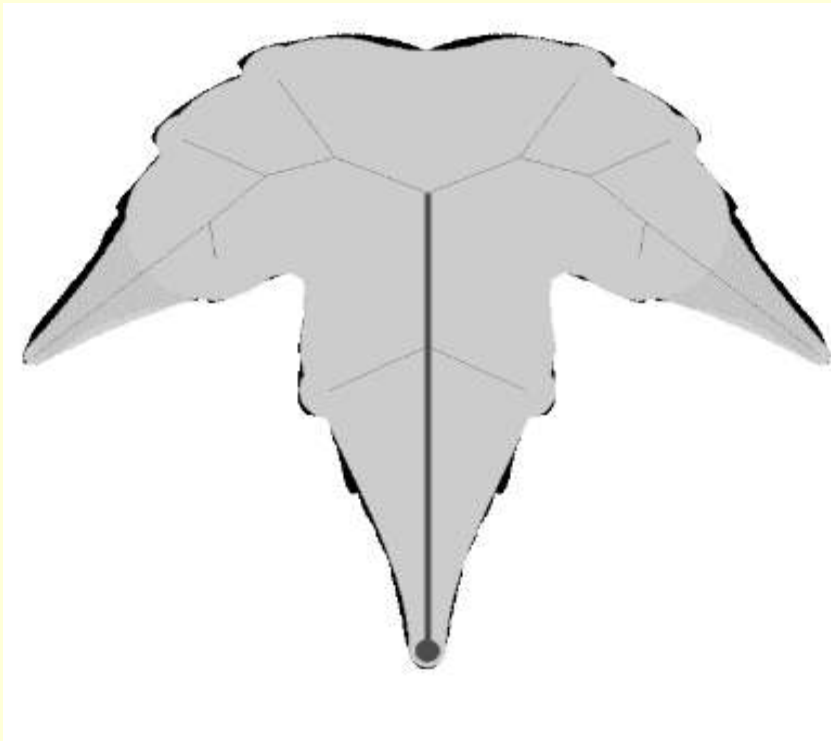
Для почти симметричного изображения левая и правая подцепочки будут не сильно отличаться, а для абсолютно симметричного изображения их различие будет равно нулю. Таким образом, мы можем определять степень симметричности (квазисимметрию).



Пример квазисимметричного изображения

Результат определения симметрии бинарного растрового изображения

Пример идеально симметричного искусственного изображения

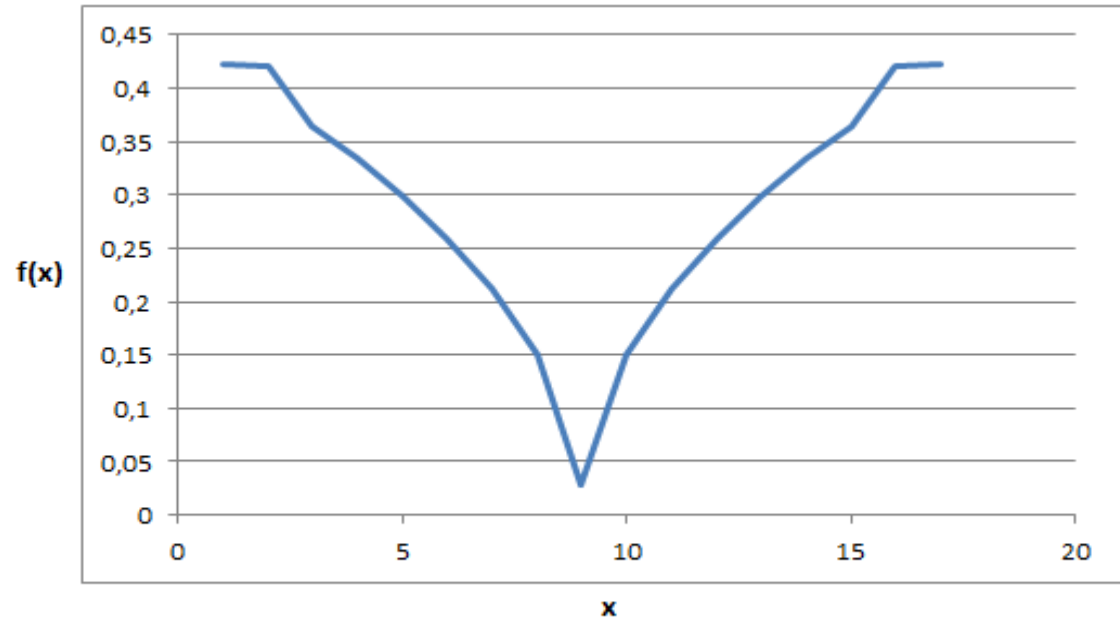


x - Номер точки разделения полуцепочек в скелете

$f(x)$ - Значение функции расстояния между полуцепочками

Результат определения симметрии бинарного растрового изображения

Пример реального изображения, близкого к идеальной симметрии



x - Номер точки разделения полуцепочек в скелете

f(x) - Значение функции расстояния между полуцепочками

Оценка полученной меры симметричности бинарного растрового изображения

Мера симметричности на основе подобия Танимото

$$\mu_T(B) = \frac{|S(B) \cap S(B_r)|}{|S(B) \cup S(B_r)|} \quad 0 \leq \mu_T(B) \leq 1$$

B - бинарное изображение,

B_r - изображение, полученное отражением бинарного изображения B относительно вертикальной прямой

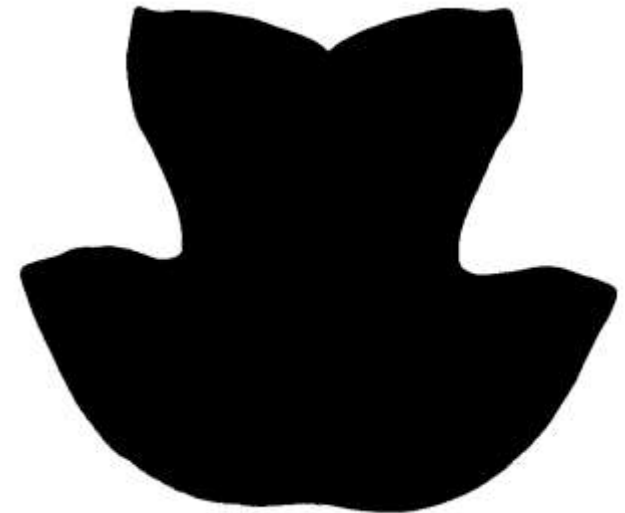
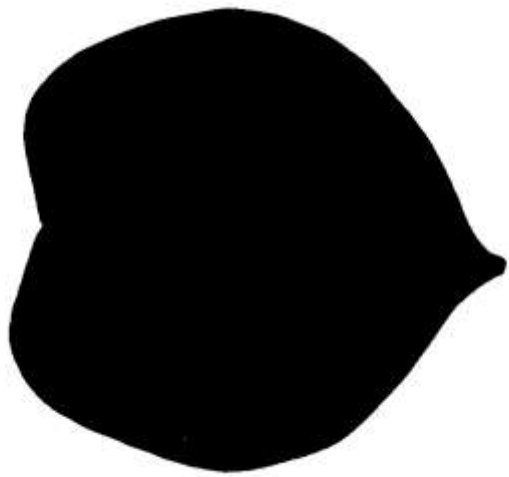
$S(B)$ - множество пикселей изображения B , яркость которых равна 1

т.е. $S(B) = \{(i, j) \mid B(i, j) = 1\}$

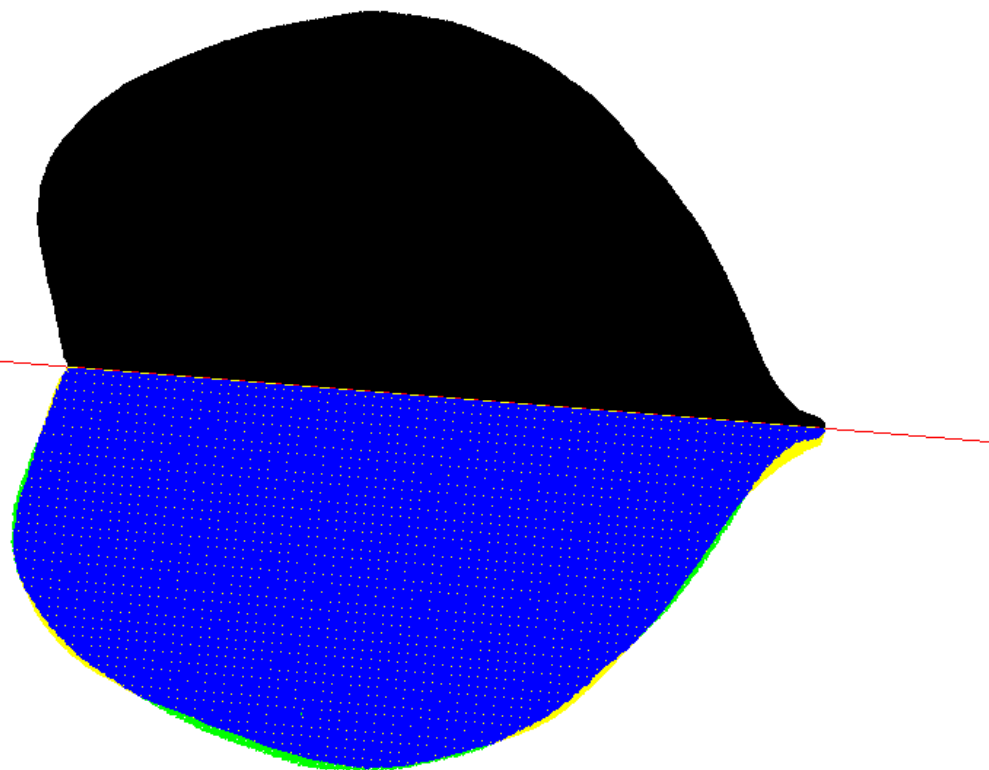
Преобразование меры симметричности на основе сравнения подцепочек:

$$\mu_{chains}(B) = \frac{1}{1 + \beta D} \quad 0 \leq \mu_{chains}(B) \leq 1$$

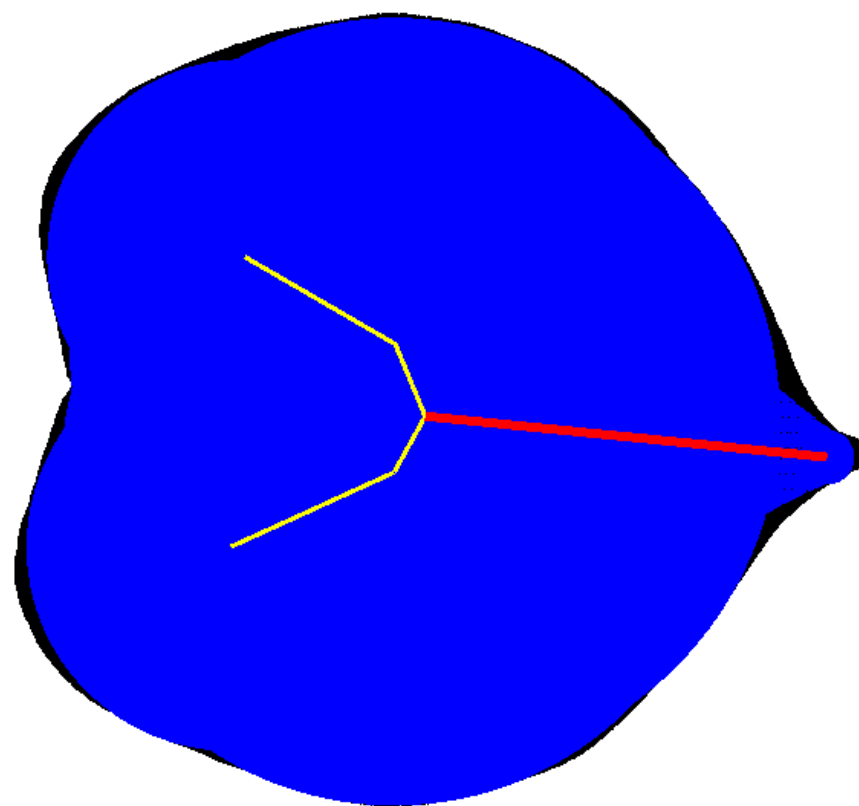
Оценка полученной меры симметричности бинарного растрового изображения



Оценка полученной меры симметричности бинарного растрового изображения

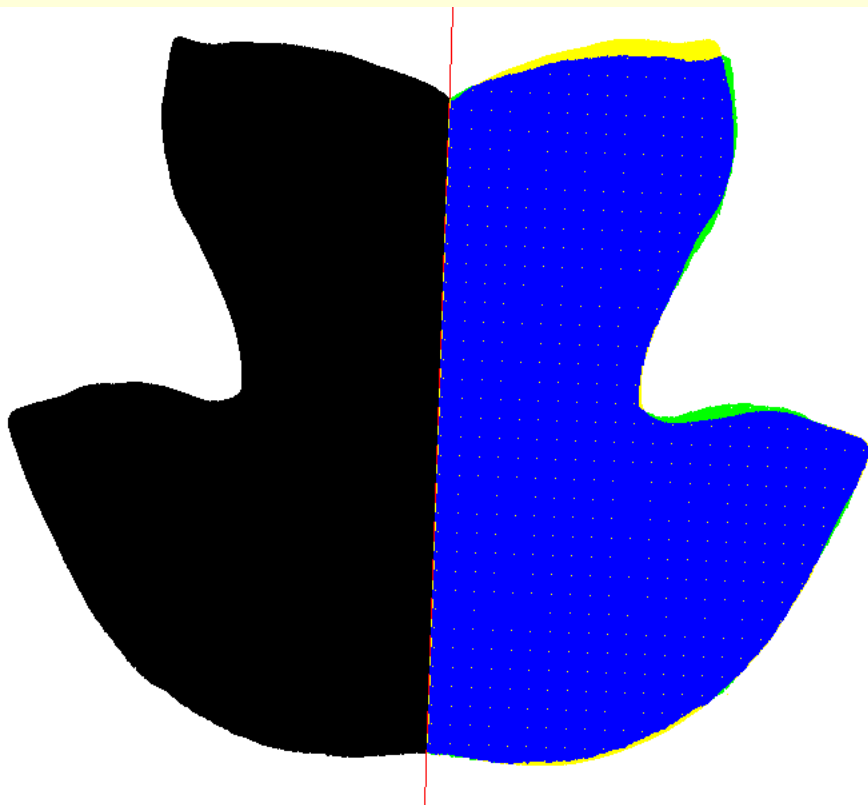


$$\mu_T(B) = 0,981$$

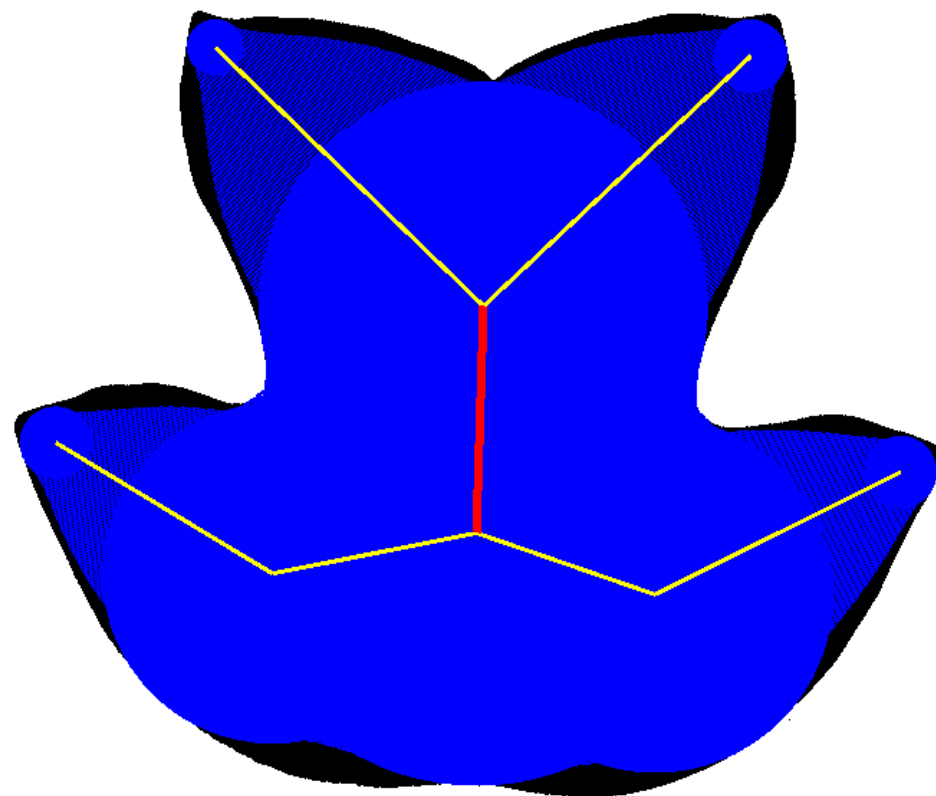


$$\mu_{chains}(B) = 0,964$$

Оценка полученной меры симметричности бинарного растрового изображения

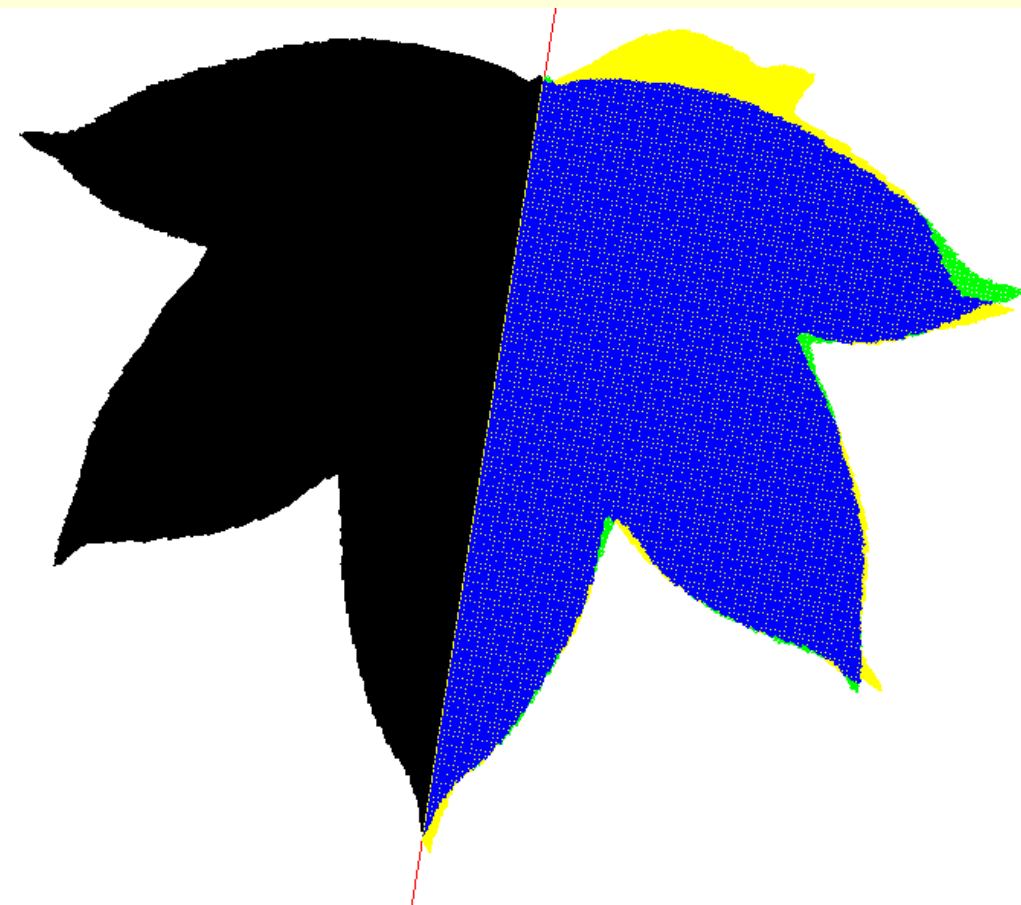


$$\mu_T(B) = 0,969$$

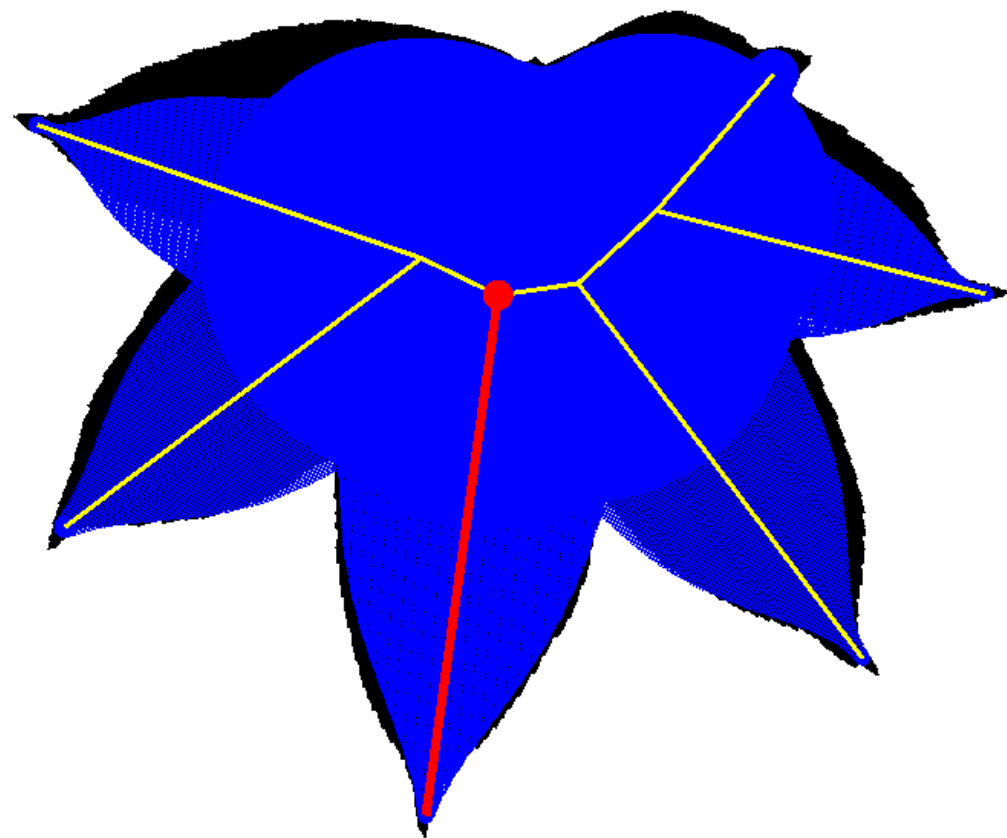


$$\mu_{chains}(B) = 0,969$$

Оценка полученной меры симметричности бинарного растрового изображения



$$\mu_T(B) = 0,919$$



$$\mu_{chains}(B) = 0,791$$

Дальнейшие направления исследований

- Проверка гипотезы: в задачах классификации типов растений использовать изображение с максимумом симметричности как типопредставитель класса, обладающего симметрией
- Массовые эксперименты по сравнению полученных нами результатов определения симметрии с наилучшим решением
- Поиск прикладных задач с определением симметрии

Авторы выражают благодарность за помощь:

А.Н.Каркищенко, Южный федеральный университет;

студентам кафедры Информационная безопасность

Тульского государственного университета

Степанову А.В., Белоглазову А.В., Федотовой С.А.

Спасибо за внимание!