

# Структурное обучение, SVM и *небольшой отчет по курсовой*

Петя Ромов

19 сентября 2012 г.

# Структурное обучение

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

**Прецеденты:**

$$(x^1, y^1), \dots, (x^n, y^n) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$$

**Предсказание:**

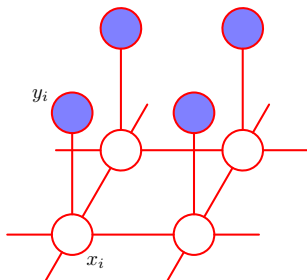
$$f(x) = \arg \max_{y \in \mathcal{Y}} F(x, y)$$

$f(x)$  — решающее правило  
 $F(x, y)$  — оценка (evaluation)  
 $\Delta(y, \hat{y})$  — потери (loss)

**Обучение:**

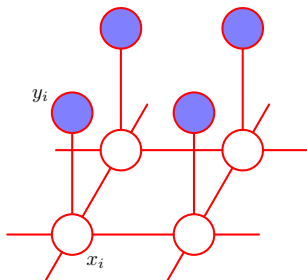
$$\mathbb{E} \Delta(y, f(y)) \rightarrow \min_f$$

# Пример: сегментация изображения



$$\begin{aligned} F(x, y) &= \log p(y|x) = -E(y|x) \\ &= \underbrace{\sum_p \sum_k y_{pk} \cdot U_{pk}(x)}_{\text{data}} + \underbrace{\sum_p \sum_{p,q} [y_p \neq y_q] \cdot P_{pq}(x)}_{\text{smoothness}} \end{aligned}$$

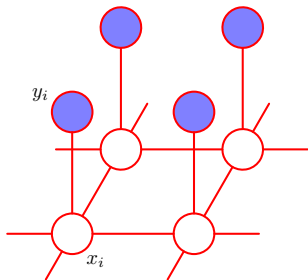
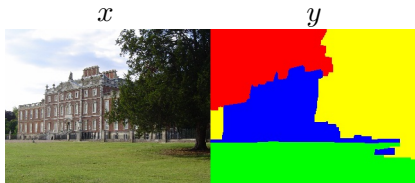
# Пример: сегментация изображения



$$\begin{aligned} F(x, y; \mathbf{w}) &= \log p(y|x; \mathbf{w}) = -E(y|x; \mathbf{w}) \\ &= \sum_p \sum_k y_{pk} \cdot \mathbf{w}_k^\top \psi_p(x) + \sum_p \sum_{p,q} [y_p \neq y_q] \cdot \mathbf{w}_{sm}^\top \psi_{pq}(x) \\ &= \mathbf{w}^\top \Psi(x, y) \end{aligned}$$

$\Psi(x, y)$  — вектор признаков (joint feature map)

# Пример: сегментация изображения



$$\begin{aligned} F(x, y; \mathbf{w}) &= \log p(y|x; \mathbf{w}) = -E(y|x; \mathbf{w}) \\ &= \sum_p \sum_k y_{pk} \cdot \mathbf{w}_k^\top \psi_p(x) + \sum_p \sum_{p,q} [y_p \neq y_q] \cdot \mathbf{w}_{sm}^\top \psi_{pq}(x) \\ &= \mathbf{w}^\top \Psi(x, y) \end{aligned}$$

Функция потерь:

- ▶  $\Delta(y, \hat{y}) = [y \neq \hat{y}]$  (0/1-loss)
- ▶  $\Delta(y, \hat{y}) = \sum_p [y_p \neq \hat{y}_p]$
- ▶ ... Intersection/Union, HAC, etc.

# Структурный SVM

Формулировка с margin-rescaled loss:

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta_{\text{MR}}(x^n, y^n, \mathbf{w}) \rightarrow \min_{\mathbf{w}}$$

$$\Delta_{\text{MR}} = \max_{y \in \mathcal{Y}} \left\{ \Delta(y^n, y) - \underbrace{(F(x^n, y^n, \mathbf{w}) - F(x^n, y, \mathbf{w}))}_{\text{margin}} \right\} \leq \Delta$$

# Структурный SVM

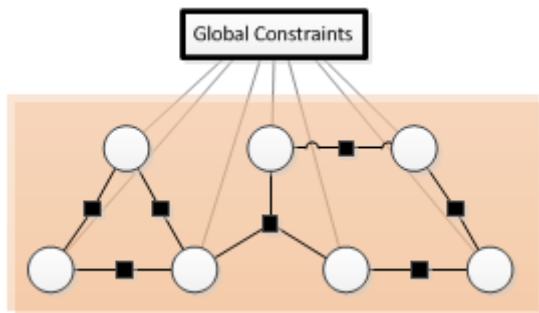
В виде задачи QP (N-slack, margin-rescaling):

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\mathbf{w}\|^2 + C \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n \rightarrow \min_{\mathbf{w}, \xi \geq 0} \\ \mathbf{w}^\top (\Psi(x^n, y^n) - \Psi(x^n, y)) \geq \Delta(y, y^n) - \xi_n \\ \forall n = 1, \dots, N, \forall y \in \mathcal{Y} \end{array} \right.$$

Решение: метод отложенных ограничений, он же cutting-plane для предыдущей формулировки. Разделяющий оракул:

$$\mathbf{w}^\top \Psi(x^n, y) + \Delta(y, y^n) \rightarrow \max_{y \in \mathcal{Y}}$$

# Глобальные ограничения



- ▶ **Пример:** статистики по всем переменным
- ▶ **Методы оптимизации:** SMD [Osokin & Vetrov, 2011], ...



# Глобальные ограничения

$\mathcal{C}$  — множество глобальных ограничений

$\mathcal{Y}(c) \subseteq \mathcal{Y}$  — множество выходов, ограниченное некоторым ограничением  $c \in \mathcal{C}$

$(x_1, \mathfrak{Z})$

---

- ▶ Глобально-обусловленный вывод:

$$f(x, c) = \arg \max_{y \in \mathcal{Y}(c)} F(x, y)$$

- ▶ Глобально-обусловленное обучение:

- ▶ дана обучающая выборка с глобальными ограничениями  $\{(x^n, y^n, c^n)\}_{n=1}^N \subset \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{C}$
- ▶ построить решающее правило  $f : \mathcal{X} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{Y}$

# Глобально-обусловленный SVM

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\mathbf{w}\|^2 + C \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n \rightarrow \min_{\mathbf{w}, \xi \geq 0} \\ \mathbf{w}^\top (\Psi(x^n, y^n) - \Psi(x^n, y)) \geq \Delta(y, y^n) - \xi_n \\ \forall n = 1, \dots, N, \forall y \in \mathcal{Y}(c^n) \end{array} \right.$$

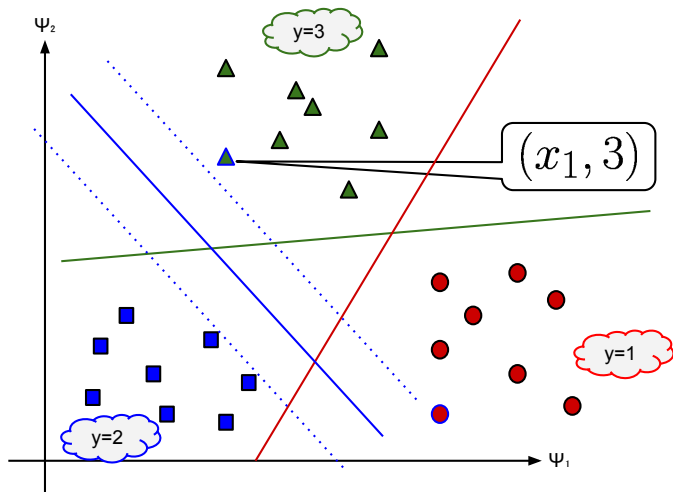
Неравенства в задаче QP (потенциальные опорные вектора), не соответствующие  $c^n \in \mathcal{C}$  — фтопку.

---

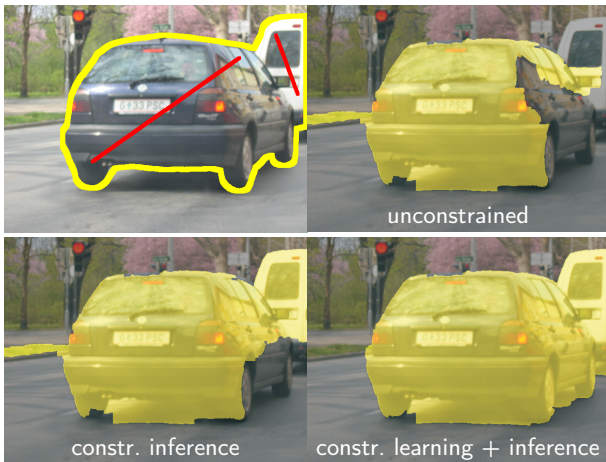
Реализация: модифицированный оракул разделения

$$\mathbf{w}^\top \Psi(x^n, y) + \Delta(y^n, y) \rightarrow \max_{y \in \mathcal{Y}(c^n)}$$

# Иллюстрация структурного SVM



# Результат: сегментация GRAZ-02



## Результат: сегментация GRAZ-02

		HAC %		UI %	
		train	test	train	test
Cars	seeds	-0.46	-0.95	-3.04	-1.16
	area	-0.25	-1.77	<b>+0.80</b>	<b>+4.29</b>
	both	-1.69	-0.79	<b>+6.36</b>	<b>+3.43</b>
People	seeds	-1.03	-0.46	-2.30	-4.18
	area	-0.58	-0.79	<b>+1.89</b>	<b>+0.94</b>
	both	-1.85	-1.61	<b>+4.84</b>	<b>+3.55</b>
Bikes	seeds	-4.30	-4.49	<b>+6.13</b>	<b>+6.57</b>
	area	-3.52	-3.14	<b>+4.95</b>	<b>+3.92</b>
	both	-2.80	-3.10	<b>+4.49</b>	<b>+4.94</b>

## Результат: сегментация GRAZ-02

Train	Test	HAC cars	UI cars	HAC bikes	UI bikes
Unc.	Unc.	92.28	61.91	87.82	67.85
Unc.	Seeds	+1.10	+1.28	+0.87	+0.86
Seeds	Unc.	+0.21	+0.61	+0.03	+0.03
Seeds	Seeds	<b>+1.82</b>	<b>+1.89</b>	<b>+1.11</b>	<b>+1.88</b>
Unc.	Area	-1.02	+13.58	+0.06	+4.13
Area	Unc.	-6.98	-2.44	+0.58	-0.10
Area	Area	-0.41	<b>+13.62</b>	<b>+0.81</b>	<b>+5.16</b>

## Результат: сегментация GRAZ-02

Train	Test	HAC people	UI people
Unc.	Unc.	86.77	61.37
Unc.	Seeds	+2.02	+1.69
Seeds	Unc.	-0.72	+2.36
Seeds	Seeds	<b>+2.77</b>	<b>+6.06</b>
Unc.	Area	-1.62	<b>+5.10</b>
Area	Unc.	-1.81	-0.36
Area	Area	-1.28	+4.58

## Пример: сегментация MSRC



Train	Test	HAC	UI
Unc.	Unc.	88.90	82.24
Unc.	Pres.	+2.35	+4.22
Pres.	Unc.	-50.29	-62.69
Pres.	Pres.	+ <b>5.44</b>	+ <b>6.25</b>