0123210214021340324023403243243204032432432040320432003240320432202342
2304202123302102102023020403204024020403240320403204023040320403204032
4023043204032403204203202042020020340221010210021030231321032102130210
2103210321012302103123213021032103210021243243202123112302130122014031

О некоторых вопросах анализа пучков временных рядов

Филипенков Николай Владимирович

10-я Международная конференция «Интеллектуализация обработки информации»

Крит, 7 октября 2014 г.

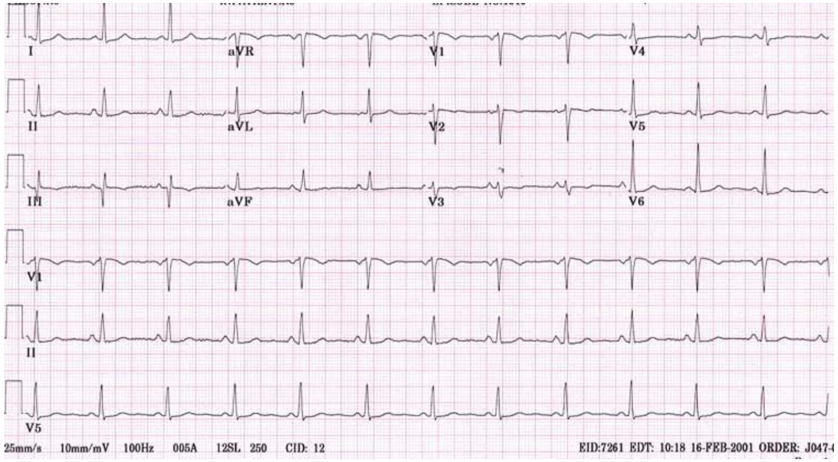
Анализ временных рядов

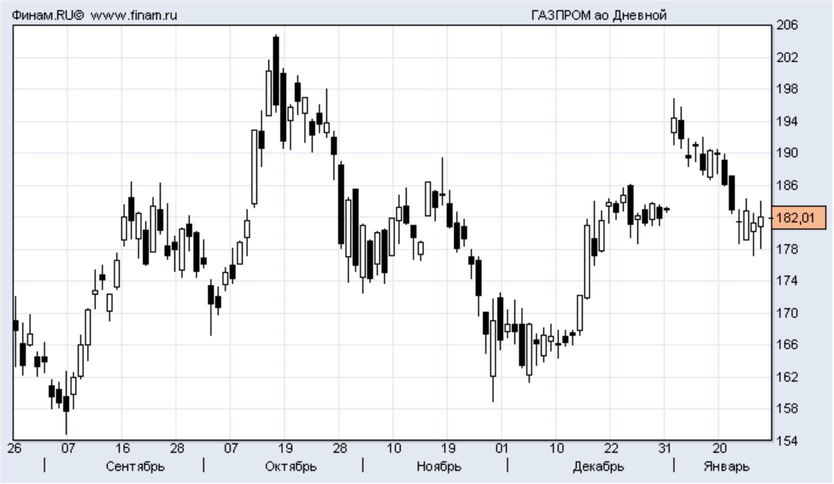
Области знаний

- Медицина
- Экономика
- Физика
- Химия
- …

Временные ряды

- Многомерные
- Нестационарные
- …





Методы анализа временных рядов

- Сглаживание и фильтрация (Р.Г. Браун)
- ARIMA (Дж. Бокс, Г. Дженкинс)
- GARCH (Р. Энгл)
- Спектральные методы (Д. Ваттс, Г. Дженкинс, Л. Заде, Дж. Рагаззини, Ф.Ф. Дедус)
- Статистические модели (С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, Т. Андерсон, М. Кендэл)
- Алгоритмы поиска правил (Р. Агравал, Г. Дас)
- Алгебраический подход к выделению трендов (Ю.И.Журавлёв, К.В. Рудаков, Ю.В. Чехович)

Цель работы

Разработать алгоритм поиска закономерностей в пучках временных рядов, базирующийся на предположении о плавном изменении закономерностей с течением времени

Постановка задачи
Пучок временных рядов

Ряд ↓ \ Время →	1	2	…	T-3	T-2	T-1	T
1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	…	$a_{1,T-3}$	$a_{1,T-2}$	$a_{1,T-1}$	$a_{1,T}$
2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	…	$a_{2,T-3}$	$a_{2,T-2}$	$a_{2,T-1}$	$a_{2,T}$
…	…	…	…	…	…	…	…
N	$a_{N,1}$	$a_{N,2}$	…	$a_{N,T-3}$	$a_{N,T-2}$	$a_{N,T-1}$	$a_{N,T}$

N – число рядов в пучке

T – длина рядов

$$a_{i,j} \in E_k, i = 1,2,\ldots,N,\ j = 1,2,\ldots,T$$

Пучок k-значных временных рядов $\left\| a_{i,j} \right\| \in E_k^{N \times T}$

Задача: поиск «плавно» меняющихся закономерностей

Постоянная закономерность

Закономерность $R=(p,\omega,f)$

$$R = \begin{cases} \text{1. p – номер целевого ряда } p \in \{1,2,\ldots,N\} \\ \text{2. ω – маска (||ω|| - число единиц, мощность) } \omega \in E_2^{N\times\Delta} \\ \text{3. } f \text{ – частично определённая функция, зависящая от ||ω|| переменных} \end{cases}$$

1. Ряд p. Например, p=2

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	…	$a_{1,T-1}$	$a_{1,T}$
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	…	$a_{2,T-1}$	$a_{2,T}$
…	…	…	…	…
$a_{N,1}$	$a_{N,2}$	…	$a_{N,T-1}$	$a_{N,T}$

2. Маска ω

N

	t-Δ	t-3	t-2	t-1	t
1	0	0	1	0	
2	1	0	0	0	?
…	…	…	…	…	
N	0	0	1	1	

Δ (максимальный отступ по времени)

3. Функция f

$$f : E_k^{\|\omega\|} \to \{0,1,\ldots,k-1,\lambda\}$$

λ – значение не определено

$$E_k = \{0,1,\ldots,k-1\}$$

Алгоритм поиска постоянных закономерностей

	t-Δ	t-3	t-2	t-1	t
1	0	0	1	0	
2	1	0	0	0	?
…	…	…	…	…	
N	0	0	1	1	

$a_{1,1}$	…	$a_{1,t-4}$	$a_{1,t-3}$	$a_{1,t-2}$	$a_{1,t-1}$	$a_{1,t}$	$a_{1,t+1}$
$a_{2,1}$	…	$a_{2,t-4}$	$a_{2,t-3}$	$a_{2,t-2}$	$a_{2,t-1}$	$a_{2,t}$	$a_{2,t+1}$
…	…	…	…	…	…	…	…
$a_{N,1}$	…	$a_{N,t-4}$	$a_{N,t-3}$	$a_{N,t-2}$	$a_{N,t-1}$	$a_{N,t}$	$a_{N,t+1}$

ω

Набор α_t | $a_{1,t-2}$ | $a_{2,t-3}$ | $a_{N,t-1}$ | $a_{N,t}$ | $\xrightarrow{f}$ $a_{2,t+1}$

- Предложен алгоритм поиска постоянных закономерностей
- Получены оценки необходимой длины пучка временных рядов для поиска закономерностей, определенных на всех наборах значений аргументов

Оценка необходимой длины пучка временных рядов

Теорема. Пусть все наборы из $E_k^{||\omega||}$ появляются в множестве наборов $\{\alpha_t\}$ с равной вероятностью. Обозначим:

- $M = k^{||\omega||}$ - число всех наборов из $E_k^{||\omega||}$;
- $L = T - \Delta$ - число элементов в множестве $\{\alpha_t\}$ $(M < L)$;
- P - вероятность того, что в множестве $\{\alpha_t\}$ присутствуют все наборы из $E_k^{||\omega||}$.

Тогда $P = M!\cdot S(L,M) / M^L$, где $S(L,M)$ - число Стирлинга II-го рода.

Минимальное значение T при $P_0 = 0{,}95$ и $\Delta = 10$

k \ $||\omega||$	1	2	3	4	5	6
2	16	26	48	100	213	463
3	21	54	177	604	2 063	6 977
4	26	100	463	2 186	10 145	46 241
5	31	162	982	5 886	34 435	197 299

P_0 – вероятность того, что функция f определена на всех наборах

Идея подхода

1. Разбиение исходного пучка на отрезки
2. Поиск закономерностей на каждом из отрезков
3. «Склеивание» «близких» закономерностей различных отрезков → плавно меняющаяся закономерность

Изменяющиеся закономерности

Фиксируем целевой ряд

Ряд \ Время →	1	2	…	T-3	T-2	T-1	T
1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	…	$a_{1,T-3}$	$a_{1,T-2}$	$a_{1,T-1}$	$a_{1,T}$
2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	…	$a_{2,T-3}$	$a_{2,T-2}$	$a_{2,T-1}$	$a_{2,T}$
…	…	…	…	…	…	…	…
N	$a_{N,1}$	$a_{N,2}$	…	$a_{N,T-3}$	$a_{N,T-2}$	$a_{N,T-1}$	$a_{N,T}$

отрезок 1   отрезок 2   отрезок m

Алгоритм поиска постоянных закономерностей

Закономерности:

$$R^1 \in \left\{R_1^1, R_2^1, \ldots, R_{q_1}^1\right\} \quad R^2 \in \left\{R_1^2, R_2^2, \ldots, R_{q_2}^2\right\} \quad R^m \in \left\{R_1^m, R_2^m, \ldots, R_{q_m}^m\right\}$$

$\tilde{R} = \left\{R^1, R^2, \ldots, R^m\right\}$ - изменяющаяся закономерность $\qquad R^i$ - шаги $\tilde{R}$

Меры сходства масок и функций

Закономерности: $R_1 = (p, \omega_1, f), R_2 = (p, \omega_2, g)$

Меры сходства:
• на масках одинаковой мощности $\rho_m(\omega_1, \omega_2)$
• на масках произвольной мощности $\rho_m^{\mu}(\omega_1, \omega_2)$

Теорема. Отображение ρ_m является метрикой.

«Вспомогательная» мера сходства $\hat{\rho}$ с параметром w

Теорема. Отображение $\hat{\rho}$ является метрикой тогда и только тогда, когда k ≤ 2w+1.

Следствие. Минимальное w, при котором $\hat{\rho}$ является метрикой равно (k-1)/2.

Мера сходства частично-определённых функций ρ_f с параметром w

Теорема. Минимальное w, при котором ρ_f является метрикой равно (k-1)/2.

Близкие закономерности

Закономерности: $R_1 = (p, \omega_1, f), R_2 = (p, \omega_2, g)$

Мера сходства закономерностей:

$$\rho(R_1, R_2) = \kappa_m \cdot \rho_m^{\mu}(\omega_1, \omega_2) + \kappa_f \cdot \rho_f(f, g)$$

$$0 \le \kappa_m \le 1, 0 \le \kappa_f \le 1$$

$$\kappa_m + \kappa_f = 1$$

$$0 \le \rho_m^{\mu} \le 1, 0 \le \rho_f \le 1$$

Мера сходства на масках

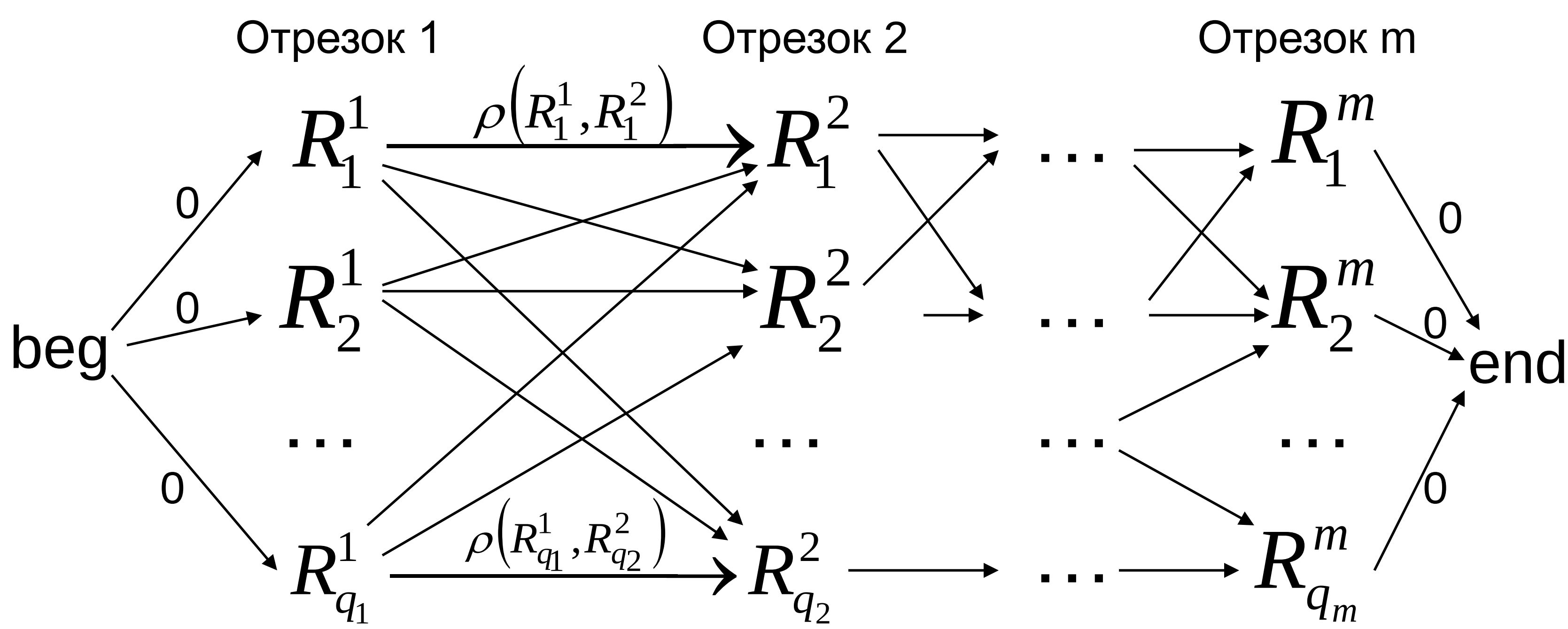
Метрика на частично-определённых функциях

Граф закономерностей

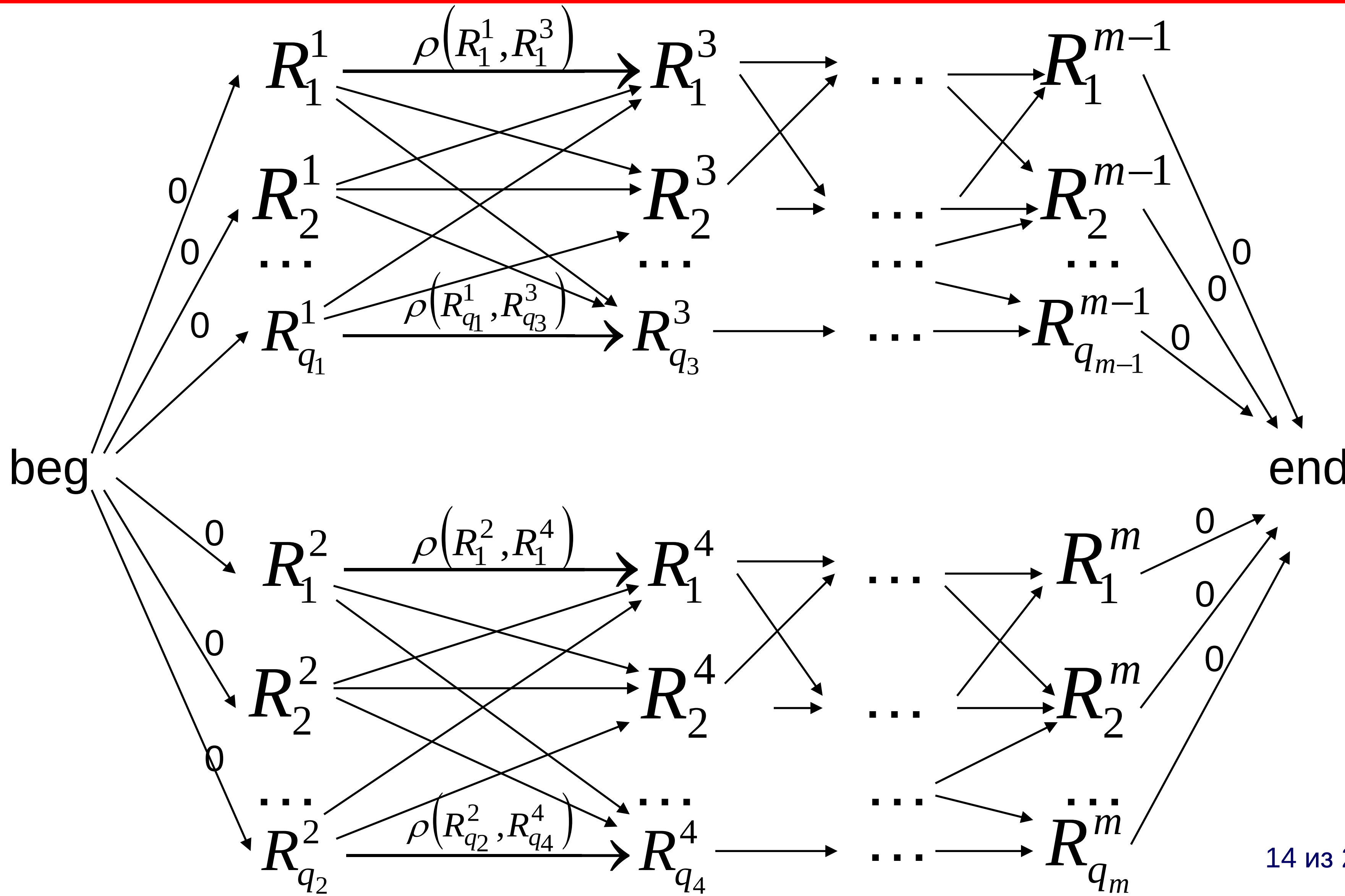
Ориентированный граф со взвешенными вершинами и ребрами:

Вес ребра – мера сходства закономерностей

Веса вершин – функционалы качества постоянных закономерностей



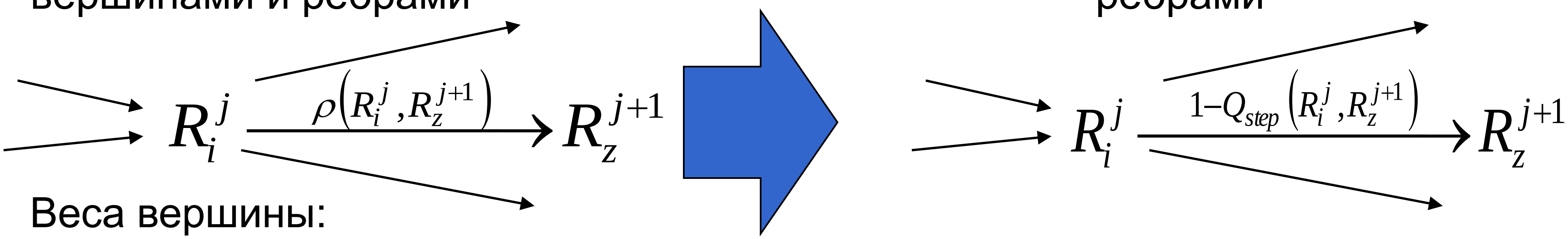
Граф для поиска периодических закономерностей



Функционал качества шага изменяющейся закономерности

Граф 1 со взвешенными вершинами и ребрами

Граф 2 со взвешенными ребрами



Веса вершины:

- Достоверность Conf(R_i^j)
- Поддержка Supp(R_i^j)

Функционал качества шага изменяющейся закономерности:

$$Q_{step}\left(R_i^j, R_z^{j+1}\right) = w_{conf} \cdot Conf\left(R_i^j\right) + w_{supp} \cdot Supp\left(R_i^j\right) + w_{similarity} \cdot \left(1 - \rho\left(R_i^j, R_z^{j+1}\right)\right) \to \max$$

Плавно меняющаяся закономерность определяется как кратчайший путь из вершины beg в вершину end на Графе 2

Поиск плавно меняющихся закономерностей

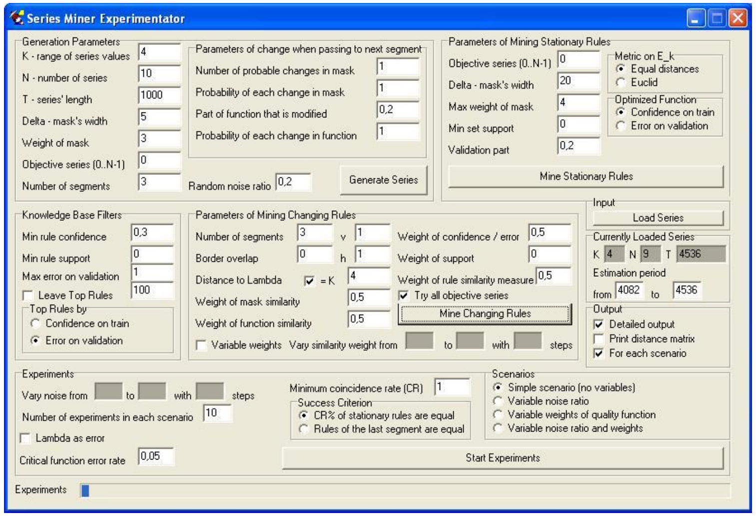
Алгоритм поиска плавно меняющихся закономерностей:

1. Разбить пучок временных рядов на отрезки
2. Произвести поиск постоянных закономерностей на каждом отрезке
3. Построить граф закономерностей и рассчитать меры сходства
4. Найти оптимальный путь на графе закономерностей

Экспериментальный стенд

Экспериментальный стенд позволяет:

- Импортировать и генерировать пучки временных рядов
- Проводить поиск стационарных и изменяющихся закономерностей
- Решать задачи прогнозирования



Эксперименты на модельных данных

Ход экспериментов:

1. Генерировался пучок временных рядов
2. Генерировалась плавно меняющаяся закономерность
3. Целевой ряд заполнялся на основе генерируемой закономерности при заданном уровне шума ε
4. Производился поиск плавно меняющихся закономерностей в сгенерированном пучке временных рядов (при различных весах функционала качества шага изменяющейся закономерности)
5. Рассчитывалась доля успешных экспериментов

Эксперимент называется **успешным**, если найденная закономерность совпадает с генерируемой.

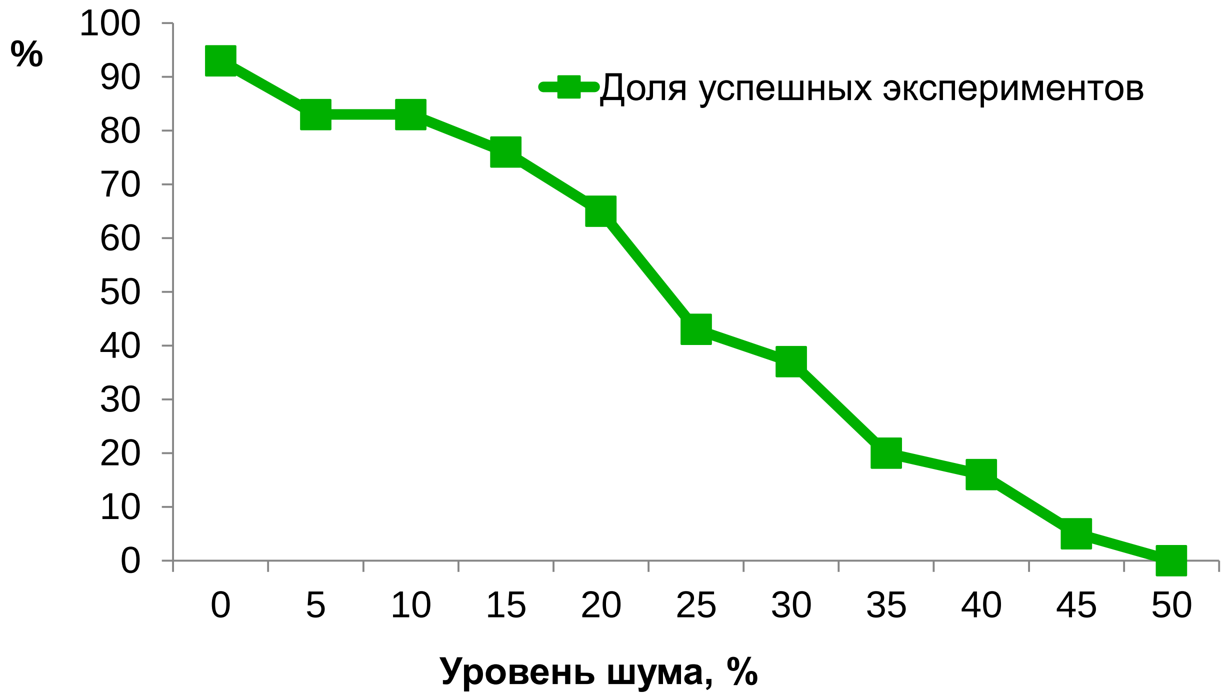
Изменяющиеся закономерности **совпадают**, если совпадают все их соответствующие шаги (постоянные закономерности).

Постоянные закономерности **совпадают**, если полностью совпадают их маски, а функции различаются не более чем на 5% наборов.

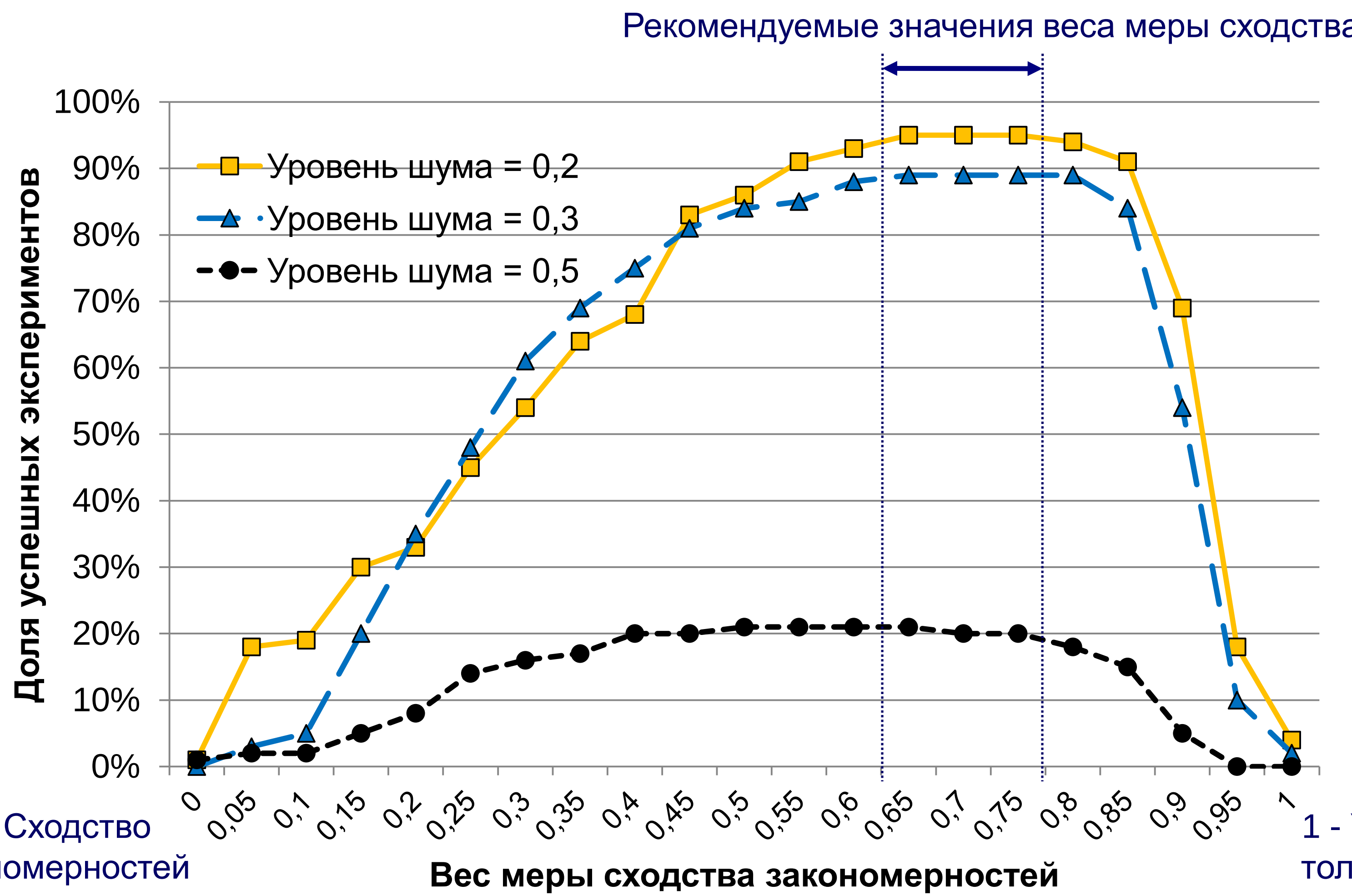
Доля успешных экспериментов при различном уровне шума

Результаты:

- Качество распознавания линейно убывает при увеличении уровня шума
- Алгоритм проводит эффективный интеллектуальный анализ данных даже для зашумленных пучков временных рядов



Доля успешных экспериментов при различных весах функционала качества



0 - Сходство закономерностей не учитывается

1 - Учитывается только сходство закономерностей

Анализ реальных пучков временных рядов

Исходные данные:

- Курсы акций компаний, работающих в сфере ИТ (Adobe, BMC, Business Objects, Cognos, Computer Associate, Novell, Oracle, Peoplesoft, Rational).
- Средний почасовой курс акций в долларах за период с 13 мая 2002 по 10 декабря 2004.

Действительный ряд

↓

Ряд разностей

↓ Дискретизация разбиением всех значений на квартили

4-значный ряд

↓

Поиск закономерностей

↓

Прогнозирование 4-значного ряда

↓ Значению из E_4 сопоставлено среднее соответствующего квартиля

Прогнозирование изменения действительного ряда

↓

Прогноз значения действительного ряда

Результаты прогнозирования курса акций

Средний квадрат ошибки

Ряд	Экспон. сгл. (α=0,3)	Предложенный алгоритм
Adobe	$7{,}32 \cdot 10^{-2}$	$6{,}89 \cdot 10^{-2}$
BMC	$11{,}15 \cdot 10^{-3}$	$9{,}72 \cdot 10^{-3}$
Business Objects	$7{,}19 \cdot 10^{-2}$	$3{,}74 \cdot 10^{-2}$
Cognos	$3{,}08 \cdot 10^{-2}$	$2{,}39 \cdot 10^{-2}$
Computer Associate	$2{,}87 \cdot 10^{-2}$	$1{,}91 \cdot 10^{-2}$
Novell	$4{,}18 \cdot 10^{-2}$	$2{,}54 \cdot 10^{-2}$
Oracle	$6{,}77 \cdot 10^{-3}$	$5{,}45 \cdot 10^{-3}$
Peoplesoft	$2{,}94 \cdot 10^{-3}$	$1{,}26 \cdot 10^{-3}$
Rational	$3{,}43 \cdot 10^{-2}$	$2{,}06 \cdot 10^{-2}$

Выявленные закономерности

Rational (t-1)	Comp. Assos. (t-8)	Rational (t)
0	0	0
0	1	0
0	2	0
0	3	0
1	0	0
1	1	0
1	2	0
1	3	0
2	0	3
2	1	0
2	2	3
2	3	3
3	0	3
3	1	3
3	2	3
3	3	3

Отрезок 1

Компания Rational была куплена компанией IBM

Rational (t-1)	Comp. Assos. (t-**6**)	Rational (t)
0	0	0
0	1	0
0	2	0
0	3	0
1	0	**1**
1	1	**1**
1	2	0
1	3	**1**
2	0	**2**
2	1	**1**
2	2	**2**
2	3	**2**
3	0	3
3	1	3
3	2	3
3	3	**2**

Отрезок 2

Rational (t-1)	Comp. Assos. (t-6)	Rational (t)
0	0	0
0	1	0
0	2	**1**
0	3	0
1	0	1
1	1	1
1	2	**1**
1	3	1
2	0	**1**
2	1	**2**
2	2	2
2	3	2
3	0	3
3	1	3
3	2	**2**
3	3	**3**

Отрезок 3

Значение	0	1	2	3
Символ				
Среднее для Comp. Assos.	-0,16745	-0,02772	0,03438	0,17251
Среднее для Rational	-0,20687	-0,02739	0,03584	0,19421

Основные результаты

1. Предложены меры сходства масок, функций и закономерностей. Получены условия, при которых указанные меры сходства являются метриками.
2. Введено и исследовано понятие графа закономерностей. Предложен подход к поиску плавно меняющихся закономерностей как кратчайших путей на графе закономерностей.
3. Проведены практические эксперименты для сравнения эффективности с другими методами на модельных и реальных временных рядах.