

Вероятностные тематические модели

Лекция 2.

Онлайновый EM-алгоритм и аддитивная регуляризация

К. В. Воронцов
k.vorontsov@iai.msu.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса
<http://www.MachineLearning.ru/wiki>
«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

- 1 Часто используемые регуляризаторы**
 - Сглаживание и разреживание
 - Декоррелирование
 - Разреживающий регуляризатор для отбора тем
- 2 Алгоритмическая реализация ARTM**
 - Рациональный и онлайновый EM-алгоритм
 - Комбинирование регуляризаторов
 - Библиотеки BigARTM и TopicNet
- 3 Эксперименты с тематическими моделями**
 - Производительность BigARTM
 - Измерение качества тематических моделей
 - Комбинирование регуляризаторов

Напоминание. Задача тематического моделирования

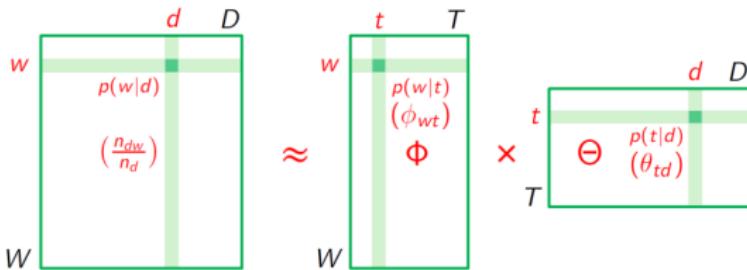
Дано: коллекция текстовых документов, $p(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Вероятностная тематическая модель:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$$

Найти: параметры модели $\phi_{wt} = p(w|t)$, $\theta_{td} = p(t|d)$

Это задача стохастического матричного разложения:



Hofmann T. Probabilistic Latent Semantic Indexing. ACM SIGIR, 1999.

Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. NIPS-2001. JMLR 2003.

Напоминание. ARTM — аддитивная регуляризация

Максимизация \log правдоподобия с регуляризатором R :

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

E-шаг: $p_{tdw} \equiv p(t|d, w) = \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td})$

M-шаг:
$$\begin{cases} \phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right), & n_{wt} = \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} \\ \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left(n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right), & n_{td} = \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

где $\text{norm}_{t \in T}(x_t) = \frac{\max\{x_t, 0\}}{\sum_{s \in T} \max\{x_s, 0\}}$ — операция нормирования вектора.

Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН, 2014.

Напоминание. Комбинирование регуляризаторов в ARTM

Максимизация \log правдоподобия с k регуляризаторами R_i :

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt} \theta_{td} + \sum_{i=1}^k \tau_i R_i(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta},$$

где τ_i — коэффициенты регуляризации.

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{aligned} \text{E-шаг: } & p_{tdw} = \underset{t \in T}{\text{norm}}(\phi_{wt} \theta_{td}) \\ \text{M-шаг: } & \left\{ \begin{array}{l} \phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(\sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right) \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left(\sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \sum_{i=1}^k \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \theta_{td}} \right) \end{array} \right. \end{aligned}$$

Дивергенция Кульбака–Лейблера и её свойства

Функция расстояния между распределениями $P = (p_i)_{i=1}^n$ и $Q = (q_i)_{i=1}^n$:

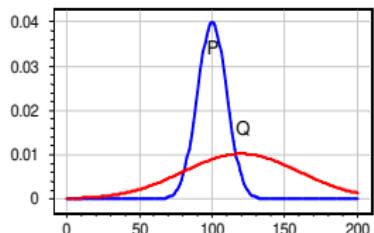
$$\text{KL}(P\|Q) \equiv \text{KL}_i(p_i\|q_i) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{p_i}{q_i}.$$

1. $\text{KL}(P\|Q) \geq 0$; $\text{KL}(P\|Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$;

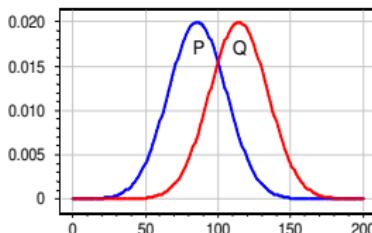
2. Минимизация KL эквивалентна максимизации правдоподобия:

$$\text{KL}(P\|Q(\alpha)) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{p_i}{q_i(\alpha)} \rightarrow \min_{\alpha} \iff \sum_{i=1}^n p_i \ln q_i(\alpha) \rightarrow \max_{\alpha}.$$

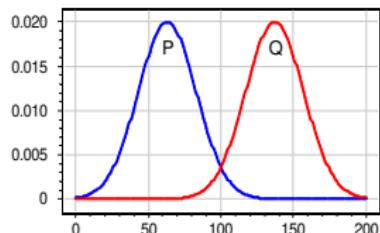
3. Если $\text{KL}(P\|Q) < \text{KL}(Q\|P)$, то P сильнее вложено в Q , чем Q в P :



$$\begin{aligned}\text{KL}(P\|Q) &= 0.44 \\ \text{KL}(Q\|P) &= 2.97\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{KL}(P\|Q) &= 0.44 \\ \text{KL}(Q\|P) &= 0.44\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{KL}(P\|Q) &= 2.97 \\ \text{KL}(Q\|P) &= 2.97\end{aligned}$$

Регуляризатор сглаживания

Гипотеза сглаженности:

распределения ϕ_{wt} близки к заданному распределению β_w ;
распределения θ_{td} близки к заданному распределению α_t .

$$\sum_{t \in T} \text{KL}(\beta_w \| \phi_{wt}) \rightarrow \min_{\Phi}; \quad \sum_{d \in D} \text{KL}(\alpha_t \| \theta_{td}) \rightarrow \min_{\Theta}.$$

Максимизируем сумму регуляризаторов:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_w \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_t \ln \theta_{td} \rightarrow \max.$$

Подставляем, получаем формулы M-шага, похожие на LDA
(однако в LDA есть ограничения $\beta_0 \beta_w > -1$, $\alpha_0 \alpha_t > -1$):

$$\phi_{wt} = \text{norm}(n_{wt} + \beta_0 \beta_w), \quad \theta_{td} = \text{norm}(n_{td} + \alpha_0 \alpha_t).$$

Регуляризатор разреживания

Гипотеза разреженности: среди ϕ_{wt} , θ_{td} много нулей;
 распределения ϕ_{wt} **далеки** от заданного распределения β_w ;
 распределения θ_{td} **далеки** от заданного распределения α_t .

$$\sum_{t \in T} \text{KL}(\beta_w \parallel \phi_{wt}) \rightarrow \max_{\Phi}; \quad \sum_{d \in D} \text{KL}(\alpha_t \parallel \theta_{td}) \rightarrow \max_{\Theta}.$$

Максимизируем сумму регуляризаторов:

$$R(\Phi, \Theta) = -\beta_0 \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_w \ln \phi_{wt} - \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_t \ln \theta_{td} \rightarrow \max.$$

Это обобщение LDA, снимающее ограничения на α_t, β_w :

$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}}(n_{wt} - \beta_0 \beta_w), \quad \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}(n_{td} - \alpha_0 \alpha_t).$$

Varadarajan J., Emonet R., Odobez J.-M. A sparsity constraint for topic models — application to temporal activity mining. NIPS-2010.

Объединение сглаживания и разреживания

Общий вид регуляризаторов сглаживания и разреживания:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_{wt} \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_{td} \ln \theta_{td} \rightarrow \max,$$

где $\beta_0 > 0$, $\alpha_0 > 0$ — коэффициенты регуляризации,
 β_{wt} , α_{td} — параметры, задаваемые пользователем:

- $\beta_{wt} > 0$, $\alpha_{td} > 0$ — сглаживание
- $\beta_{wt} < 0$, $\alpha_{td} < 0$ — разреживание

Возможные применения сглаживания и разреживания:

- скорректировать состав термов и документов темы
- задать предметные темы со специальной лексикой
- задать фоновые темы с общей лексикой языка
- задать псевдо-документ с ключевыми термами темы

Частичное обучение (semi-supervised learning)

Общий вид регуляризаторов сглаживания и разреживания:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_{wt} \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_{td} \ln \theta_{td} \rightarrow \max,$$

Идея: в построенной модели можно скорректировать темы, добавляя и удаляя в них термы и документы.

Разреживание по «чёрным спискам»:

- $\beta_{wt} = -\frac{1}{|W_t|} [w \in W_t]$ — термов из W_t не должно быть в t
- $\alpha_{td} = -\frac{1}{|T_d|} [t \in T_d]$ — тем из T_d не должно быть в d

Сглаживание по «белым спискам»:

- $\beta_{wt} = \frac{1}{|W_t|} [w \in W_t]$ — термы из W_t должны быть в t
- $\alpha_{td} = \frac{1}{|T_d|} [t \in T_d]$ — темы из T_d должны быть в d

Проблема $\ln 0$ в дивергенции Кульбака–Лейблера

В регуляризаторе сглаживания/разреживания

$$R(\Phi) = \beta_0 \sum_{t \in S} \sum_{w \in W} \beta_w \ln \phi_{wt} \rightarrow \max$$

не возникает ли проблема с $\ln \phi_{wt}$ при $\phi_{wt} = 0$ или $\phi_{wt} \rightarrow 0$?

Подправим регуляризатор, при сколь угодно малом ε :

$$R(\Phi) = \beta_0 \sum_{t \in S} \sum_{w \in W} \beta_w \ln(\phi_{wt} + \varepsilon) \rightarrow \max.$$

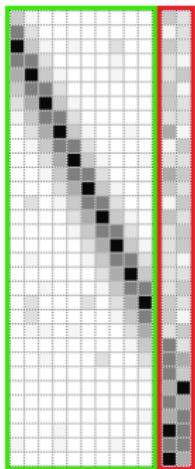
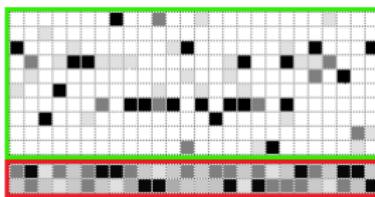
Подставив в формулу М-шага, получим для всех $t \in S$:

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} + \beta_0 \beta_w \frac{\phi_{wt}}{\phi_{wt} + \varepsilon} \right).$$

Поправка не нужна, т.к. практически не влияет на результат

Разделение тем на предметные и фоновые

Предметные темы S содержат термины предметной области,
 $p(w|t)$, $p(t|d)$, $t \in S$ — разреженные, существенно различные
Фоновые темы B содержат слова общей лексики,
 $p(w|t)$, $p(t|d)$, $t \in B$ — существенно отличные от нуля

 $\Phi_{W \times T}$  $\Theta_{T \times D}$ 

Регуляризатор декоррелирования тем

Цель: сделать темы как можно более различными, выделить для каждой темы лексическое ядро — набор термов, отличающий её от других тем.

Минимизируем ковариации между вектор-столбцами ϕ_t :

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{t \in T} \sum_{s \in T \setminus t} \sum_{w \in W} \phi_{wt} \phi_{ws} \rightarrow \max.$$

Подставляем в формулы М-шага, получаем ещё один вариант разреживания — контрастирование строк матрицы Φ (малые вероятности ϕ_{wt} в строке становятся ещё меньше):

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} - \tau \phi_{wt} \sum_{s \in T \setminus t} \phi_{ws} \right).$$

Разреживающий регуляризатор для отбора тем

Цель: избавиться от незначимых тем (topic selection).

Разреживаем распределение $p(t) = \sum_d p(d)\theta_{td}$, максимизируя кросс-энтропию между $p(t)$ и равномерным распределением:

$$R(\Theta) = -\tau \sum_{t \in T} \ln \sum_{d \in D} p(d)\theta_{td} \rightarrow \max.$$

Подставляем, получаем:

$$\theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left(n_{td} - \tau \frac{n_d}{n_t} \theta_{td} \right), \text{ вариант: } \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left(n_{td} \left(1 - \frac{\tau}{n_t} \right) \right).$$

Эффект: обнуляются строки матрицы Θ с малыми n_t , заодно (неожиданно) удаляются зависимые и расщеплённые темы.

Рациональный EM-алгоритм

Идея: Е-шаг встраивается внутрь М-шага для каждого $d \in D$, чтобы не хранить трёхмерный массив значений n_{dwt} .

Вход: коллекция D , число тем $|T|$, число итераций i_{\max} ;

Выход: матрицы термов тем Φ и тем документов Θ ;

инициализация ϕ_{wt}, θ_{td} для всех $d \in D, w \in W, t \in T$;

для всех итераций $i = 1, \dots, i_{\max}$

$n_{wt}, n_{td} := 0$ для всех $d \in D, w \in W, t \in T$;

для всех документов $d \in D$ и всех термов $w \in d$

$n_{tdw} := n_{dw} \operatorname{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td})$ для всех $t \in T$;

$n_{wt} += n_{tdw}; n_{td} += n_{tdw}$ для всех $t \in T$;

$\phi_{wt} := \operatorname{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right)$ для всех $w \in W, t \in T$;

$\theta_{td} := \operatorname{norm}_{t \in T} \left(n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right)$ для всех $d \in D, t \in T$;

Онлайновый EM-алгоритм

Вход: коллекция D , число тем $|T|$, параметры j_{\max}, γ

Выход: матрицы термов тем Φ и тем документов Θ ;

инициализировать $n_{wt} := 0; \tilde{n}_{wt} := 0; \phi_{wt} := \text{random};$

для всех документов $d \in D$

инициализировать $\theta_{td} := \frac{1}{|T|};$

для всех $j = 1, \dots, j_{\max}$ (итерации по документу)

$n_{tdw} := n_{dw} \underset{t \in T}{\text{norm}}(\phi_{wt} \theta_{td})$ для всех $w \in d;$

$\theta_{td} := \underset{t \in T}{\text{norm}} \left(\sum_w n_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right);$

$\tilde{n}_{wt} := \tilde{n}_{wt} + n_{tdw}$ для всех $w \in d;$

если пора обновить матрицу Φ **то**

$n_{wt} := \gamma n_{wt} + \tilde{n}_{wt}; \tilde{n}_{wt} := 0;$

$\phi_{wt} := \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right);$

Пакетный онлайновый EM-алгоритм в BigARTM

Коллекция D разбивается на пакеты D_b , $b = 1, \dots, B$, которые могут обрабатываться параллельно и/или распределённо.

Вход: коллекция документов D , число тем $|T|$,

параметры $\delta \equiv \text{decay_weight}$, $\alpha \equiv \text{apply_weight}$;

Выход: матрица Φ ;

инициализировать $n_{wt} := 0$, $\tilde{n}_{wt} := 0$, $\phi_{wt} := \text{random}$;

для всех пакетов D_b , $b = 1, \dots, B$

$(\tilde{n}_{wt}) := (\tilde{n}_{wt}) + \text{ProcessBatch}(D_b, \Phi)$;

если пора обновить матрицу Φ **то**

$n_{wt} := \delta n_{wt} + \alpha \tilde{n}_{wt}$, $\tilde{n}_{wt} := 0$;

$\phi_{wt} := \text{norm}_{w \in W} \left(n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right)$;

Пакетный онлайновый EM-алгоритм: функция ProcessBatch

Функция **ProcessBatch** обрабатывает пакет документов D_b , не меняя матрицу Φ , и выдаёт счётчики термов в темах \tilde{n}_{wt} .

Вход: пакет D_b , матрица $\Phi = (\phi_{wt})$, параметр j_{\max} ;

Выход: матрица счётчиков $(\tilde{n}_{wt})_{W \times T}$;

инициализировать $\tilde{n}_{wt} := 0$;

для всех $d \in D_b$

инициализировать $\theta_{td} := \frac{1}{|T|}$;

для всех $j = 1, \dots, j_{\max}$ (итерации по документу)

$p_{tdw} := \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt}\theta_{td})$;

$\theta_{td} := \text{norm} \left(\sum_{t \in T} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right)$;

$\tilde{n}_{wt} := \tilde{n}_{wt} + n_{dw} p_{tdw}$;

Сравнение оффлайнового и онлайнового алгоритмов

Оффлайн EM-алгоритм:

- ❶ многократное итерирование по коллекции
- ❷ однократный проход по документу
- ❸ хранение матрицы Θ
- ❹ обновление Φ в конце каждого прохода по коллекции
- ❺ применяется при обработке небольших коллекций

Онлайн EM-алгоритм:

- ❶ однократный проход по коллекции
- ❷ многократное итерирование по каждому документу
- ❸ нет необходимости хранить матрицу Θ
- ❹ обновление Φ через заданное число пакетов
- ❺ применяется при потоковой обработке больших коллекций

Альтернативная матричная реализация EM-алгоритма

EM-алгоритм (результат Е-шага $p(t|d, w)$ встроен в М-шаг):

$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(\phi_{wt} \sum_{d \in D} n_{dw} \frac{\theta_{td}}{(\Phi\Theta)_{wd}} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right)$$

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left(\theta_{td} \sum_{w \in d} n_{dw} \frac{\phi_{wt}}{(\Phi\Theta)_{wd}} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right)$$

Матричная запись (norm — нормировка по столбцам):

$$\Phi := \text{norm}(\Phi \otimes (N \oslash \Phi\Theta)\Theta^T + \Phi \otimes \nabla_\Phi R)$$

$$\Theta := \text{norm}(\Theta \otimes \Phi^T(N \oslash \Phi\Theta) + \Theta \otimes \nabla_\Theta R)$$

где $N = (n_{dw})$ — $W \times D$ -матрица исходных данных,
 \otimes и \oslash — покомпонентное умножение и деление матриц.

Илья Ирхин. Реализация ARTM: https://github.com/ilirhin/python_artm

M.Shashanka et al. Probabilistic latent variable models as nonnegative factorizations. 2008.

Улучшение сходимости

В формулах М-шага вместо ϕ_{wt} и θ_{td} можно подставлять несмещённые частотные оценки (PLSA) $\hat{\phi}_{wt} = \frac{n_{wt}}{n_t}$ и $\hat{\theta}_{td} = \frac{n_{td}}{n_d}$:

$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(n_{wt} + \hat{\phi}_{wt} \frac{\partial R(\hat{\Phi}, \hat{\Theta})}{\partial \phi_{wt}} \right)$$

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}} \left(n_{td} + \hat{\theta}_{td} \frac{\partial R(\hat{\Phi}, \hat{\Theta})}{\partial \theta_{td}} \right)$$

Доказано, что в результате такой модификации

- увеличивается значение регуляризованного правдоподобия
- монотонный рост регуляризованного правдоподобия начинается быстрее — как правило, со второй итерации
- чем больше τ , тем заметнее улучшение сходимости
- не требуется дополнительных затрат времени или памяти

Включение и отключение регуляризаторов

1. Регуляризация ведёт итерационный процесс к матричному разложению с требуемыми свойствами, но даёт смещённые оценки матриц Φ, Θ . По окончании процесса можно возвращать несмещённые PLSA-оценки:

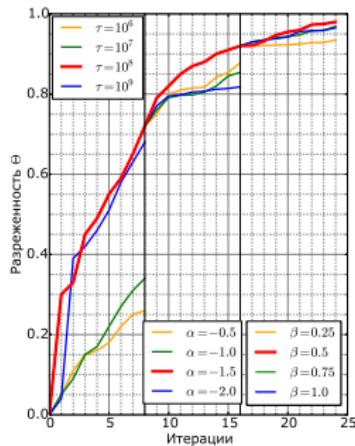
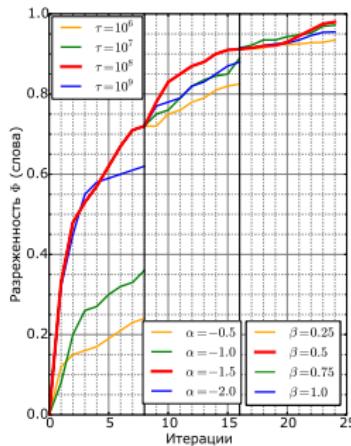
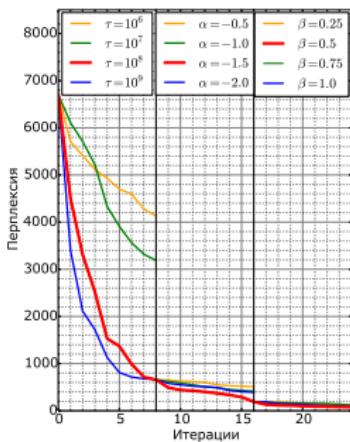
$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}}(n_{wt})$$

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}(n_{td})$$

2. Коэффициенты регуляризации можно менять в итерациях.
3. Регуляризаторы можно включать не сразу или по очереди.
4. Регуляризаторы можно отключать по достижению эффекта.
5. Одни регуляризаторы могут выполнять подготовительную работу для применения следующих регуляризаторов.

Управление траекторией регуляризации

- 1 задать диапазон и сетку значений каждого τ_i
(удобно использовать относительные коэффициенты $\tilde{\tau}_i$)
- 2 задать последовательность подключения регуляризаторов
(имеются эмпирические рекомендации)
- 3 визуализировать несколько критериев качества (спойлер):



Относительные коэффициенты регуляризации

Формула М-шага со взвешенной суммой регуляризаторов R_i :

$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(n_{wt} + \sum_{i=1}^k \tau_i \phi_{wt} \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right).$$

Суммарное воздействие r_{it} регуляризатора R_i на тему t и
суммарное воздействие r_i регуляризатора R_i на все темы:

$$r_{it} = \sum_{w \in W} \left| \phi_{wt} \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right|, \quad r_i = \sum_{t \in T} r_{it}.$$

Относительный коэффициент регуляризации $\tilde{\tau}_i$:

$$\tau_i = \tilde{\tau}_i \frac{n}{r_i} \quad \text{или} \quad \tau_i = \tilde{\tau}_i \left(\gamma_i \frac{n_t}{r_{it}} + (1 - \gamma_i) \frac{n}{r_i} \right),$$

где γ_i — индивидуализация воздействия R_i на темы.

BigARTM: библиотека тематического моделирования

Ключевые возможности:

- Большие данные: коллекция не хранится в памяти
- Пакетный онлайновый параллельный ARTM
- Встроенная библиотека регуляризаторов и мер качества

Сообщество:

- Открытый код <https://github.com/bigartm>
(discussion group, issue tracker, pull requests)
- Документация <http://bigartm.org>



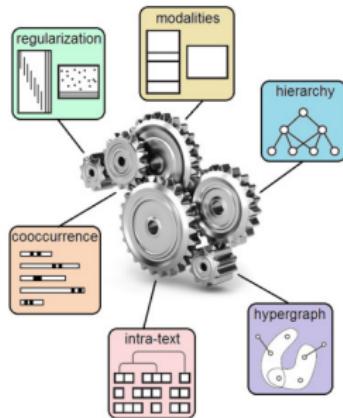
Лицензия и среда разработки:

- Свободная коммерческая лицензия (BSD 3-Clause)
- Кросс-платформенность: Windows, Linux, MacOS (32/64 bit)
- Интерфейсы API: command-line, C++, and Python

Ключевые возможности библиотек BigARTM и TopicNet

BigARTM

- библиотека регуляризаторов
- мультимодальные модели
- иерархические модели
- гиперграфовые модели
- модели связности текста



TopicNet

- Перебор сценариев регуляризации для выбора моделей
- Автоматическое протоколирование экспериментов
- Построение «банка тем» из множества моделей
- Визуализация результатов тематического моделирования

V.Bulatov, E.Egorov, E.Veselova, D.Polyudova, V.Alekseev, A.Goncharov, K.Vorontsov.
TopicNet: making additive regularisation for topic modelling accessible. LREC-2020

Качество и скорость: BigARTM vs Gensim и Vowpal Wabbit

3.7М статей Википедии, 100К слов: время min (перплексия)

проц.	$ T $	Gensim	Vowpal Wabbit	BigARTM	BigARTM асинхрон
1	50	142m (4945)	50m (5413)	42m (5117)	25m (5131)
1	100	287m (3969)	91m (4592)	52m (4093)	32m (4133)
1	200	637m (3241)	154m (3960)	83m (3347)	53m (3362)
2	50	89m (5056)		22m (5092)	13m (5160)
2	100	143m (4012)		29m (4107)	19m (4144)
2	200	325m (3297)		47m (3347)	28m (3380)
4	50	88m (5311)		12m (5216)	7m (5353)
4	100	104m (4338)		16m (4233)	10m (4357)
4	200	315m (3583)		26m (3520)	16m (3634)
8	50	88m (6344)		8m (5648)	5m (6220)
8	100	107m (5380)		10m (4660)	6m (5119)
8	200	288m (4263)		15m (3929)	10m (4309)

D.Kochedykov, M.Apishev, L.Golitsyn, K.Vorontsov.

Fast and Modular Regularized Topic Modelling. FRUCT ISMW, 2017.

Правдоподобие и перплексия (perplexity)

Правдоподобие языковой модели $p(w|d)$ (чем выше, тем лучше):

$$\mathcal{L}(\Phi, \Theta) = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln p(w|d), \quad p(w|d) = \sum_t \phi_{wt} \theta_{td}$$

Перплексия языковой модели $p(w|d)$ (чем меньше, тем лучше):

$$\mathcal{P}(D) = \exp\left(-\frac{1}{n} \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln p(w|d)\right), \quad n = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw}$$

Интерпретация перплексии:

- если распределение $p(w|d) = \frac{1}{|W|}$ равномерное, то $\mathcal{P} = |W|$
- мера «удивлённости» модели словам текста
- коэффициент ветвления (branching factor) текста
- известные оценки человеческой перплексии: 8–12

Измерение интерпретируемости тем

Тема интерпретируемая, если по топовым словам темы эксперт может определить, о чём эта тема, и дать ей название.

- **Экспертные оценки:**
 - интерпретируемость темы по балльной шкале;
 - каждую тему оценивают несколько экспертов.
- **Метод интрузий (intrusion):**
 - в список топовых слов внедряется лишнее слово;
 - измеряется доля ошибок экспертов при его определении

Задача: найти внутренний критерий интерпретируемости, наиболее коррелирующий с экспертными оценками

Решение: когерентность (согласованность) тем (topic coherence)

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Эксперимент. Связь когерентности и интерпретируемости

Измерялась ранговая корреляция Спирмена каждой из 15 метрик и экспертными оценками интерпретируемости.

PMI — лучшая метрика.

Gold-standard — средняя корреляция Спирмена между оценками разных экспертов.

Resource	Method	Median	Mean
WordNet	HSO	0.15	0.59
	JCN	-0.20	0.19
	LCH	-0.31	-0.15
	LESK	0.53	0.53
	LIN	0.09	0.28
	PATH	0.29	0.12
	RES	0.57	0.66
	VECTOR	-0.08	0.27
Wikipedia	WUP	0.41	0.26
	RACO	0.62	0.69
	MIW	0.68	0.70
	DOCsim	0.59	0.60
Google	PMI	0.74	0.77
	TITLES		0.51
	LOGHITS		-0.19
Gold-standard	IAA	0.82	0.78

Вывод: когерентность близка к «золотому стандарту».

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Когерентность как внутренний критерий интерпретируемости

Когерентность (согласованность) темы t по k топовым словам:

$$\text{coh}_t = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \text{PMI}(w_i, w_j)$$

где w_i — i -е слово в порядке убывания ϕ_{wt} ,

$\text{PMI}(u, v) = \ln \frac{P_{uv}}{P_u P_v}$ — поточечная взаимная информация
(pointwise mutual information),

P_{uv} — доля документов, в которых слова u, v хотя бы один раз встречаются рядом (в одном предложении или в окне 10 слов),

P_u — доля документов, в которых u встретился хотя бы 1 раз,

P_{uv}, P_u можно вычислять по другой коллекции (Википедии).

Когерентность модели = средняя когерентность всех тем.

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Лексическое ядро, чистота и контрастность темы

Лексическое ядро W_t темы t , варианты определения:

- W_t — top- k термов с наибольшими значениями $p(w|t)$
- $W_t = \{w : p(w|t) > p(w)\}$
- $W_t = \{w : p(w|t) > \frac{1}{|W|}\}$ [Кольцов и др., 2014]
- $W_t = \{w : p(t|w) > 0.25\}$ [Воронцов, Потапенко, 2014]

Характеристики лексического ядра темы:

- $|W_t|$ — размер ядра темы, ориентировочно $|W_t| \sim \frac{|W|}{|T|}$
- $\sum_{w \in W_t} p(w|t)$ — чистота темы, из $[0, 1]$, лучше больше
- $\frac{1}{|W_t|} \sum_{w \in W_t} p(t|w)$ — контрастность темы, $[0, 1]$, лучше больше
- $\frac{1}{|W_t|} \sum_{w \in W_t} \log \frac{p(w|t)}{p(w)}$ — logLift, лучше больше [Taddy, 2012]

Vorontsov K. V., Potapenko A. A. Tutorial on Probabilistic Topic Modeling: Additive Regularization for Stochastic Matrix Factorization. AIST, 2014.

Разреживание, сглаживание, декоррелирование, отбор тем

M-шаг при комбинировании 6 регуляризаторов:

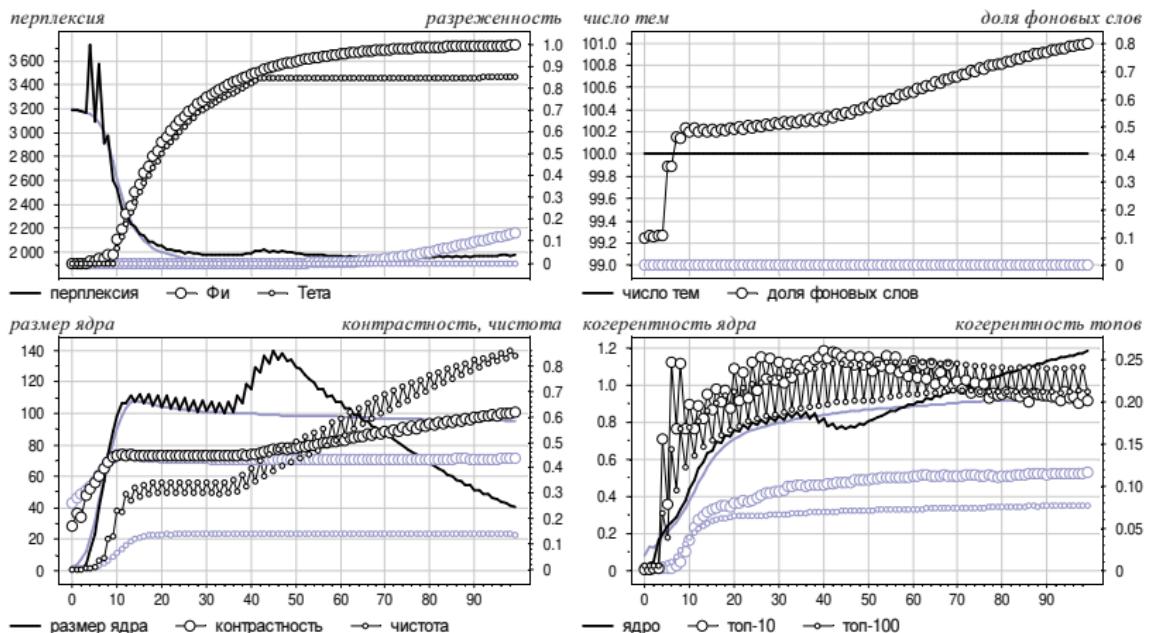
$$\phi_{wt} = \underset{w}{\text{norm}} \left(n_{wt} + \tau_1 \underbrace{\beta_w[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание} \\ \text{фоновых} \\ \text{тем}}} - \tau_2 \underbrace{\beta_w[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание} \\ \text{предметных} \\ \text{тем}}} - \tau_3 \underbrace{\phi_{wt} \sum_{s \in S \setminus t} \phi_{ws}}_{\substack{\text{декоррелирование}}} \right)$$

$$\theta_{td} = \underset{t}{\text{norm}} \left(n_{td} + \tau_4 \underbrace{\alpha_t[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание} \\ \text{фоновых} \\ \text{тем}}} - \tau_5 \underbrace{\alpha_t[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание} \\ \text{предметных} \\ \text{тем}}} - \tau_6 \underbrace{\frac{n_d}{n_t} \theta_{td}}_{\substack{\text{удаление} \\ \text{малых тем}}} \right)$$

Данные: статьи NIPS (Neural Information Processing System)
 $|D| = 1566$ статей, $n = 2.3$ M, $|W| = 13$ K,
контрольная коллекция: $|D'| = 174$.

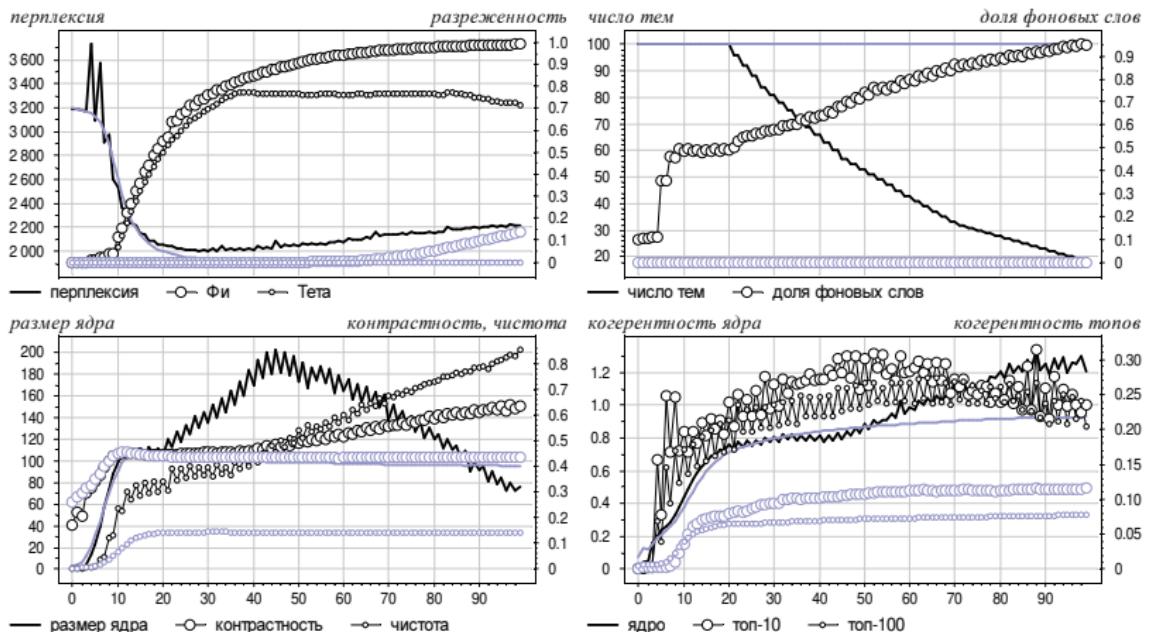
Разреживание, сглаживание, декоррелирование

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма
(серый — PLSA, чёрный — ARTM)



Те же регуляризаторы, плюс отбор тем

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма
(серый — PLSA, чёрный — ARTM)



Выводы по результатам экспериментов

Одновременное улучшение многих критериев качества
при незначительной деградации *перплексии* (правдоподобия):

- *разреженность* выросла от 0 до 95%–98%
- *когерентность тем* выросла от 0.1 до 0.3
- *чистота тем* выросла от 0.15 до 0.8
- *контрастность тем* выросла от 0.4 до 0.6

Рекомендации по выбору траектории регуляризации:

- разреживание включать постепенно после 10-20 итераций
- сглаживание включать сразу
- декоррелирование включать сразу и как можно сильнее
- отбор тем включать постепенно,
- не совмещая с декоррелированием на одной итерации

- Регуляризация — стандартный приём для решения некорректно поставленных задач
- ARTM позволяет комбинировать регуляризаторы и строить тематические модели с требуемыми свойствами
- Онлайновый ЕМ-алгоритм способен обрабатывать большую коллекцию за один проход
- BigARTM — эффективная реализация ARTM
- TopicNet — обёртка над BigARTM для экспериментов
- Сглаживание + разреживание + декоррелирование — часто используемая комбинация регуляризаторов
- Декоррелятор помогает при несбалансированности тем
- Другие регуляризаторы — в следующих лекциях

Теоретическое задание к лекции №1

Упражнения на принцип максимума правдоподобия:

1. Униграммная модель документов: $p(w|d) = \xi_{dw}$

Найти параметры модели ξ_{dw} .

2. Униграммная модель коллекции: $p(w|d) = \xi_w$ для всех d

Найти параметры модели ξ_w .

Подсказка: применить условия ККТ или основную лемму.

3. (более творческое задание)

Предложите модель, определяющую роли слов в текстах:

- тематические слова
- специфичные слова документа (шум)
- слова общей лексики (фон)

Подсказка 1: искать распределение ролей слов $p(r|w)$, $r \in \{\text{т, ш, ф}\}$.

Подсказка 2: можно разреживать $p(r|w)$ для жёсткого определения ролей.

Подсказка 3: можно использовать документную частоту слов.

Теоретическое задание к лекции №2

4. Заменим \log другой монотонно возрастающей функцией μ :

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \mu \left(\sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} \right) + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

Как изменится EM-алгоритм? Возможно ли подобрать функцию μ так, чтобы сократился объём вычислений?

5. Заменим \log монотонно возрастающей функцией μ в регуляризаторе сглаживания–разреживания (модель LDA):

$$R(\Phi, \Theta) = \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_w \mu(\phi_{wt}) + \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_t \mu(\theta_{td}).$$

Как изменится М-шаг и воздействие регуляризатора на модель?

6. Какому регуляризатору соответствует формула М-шага

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_w(n_{wt} [n_{wt} > \gamma n_t])$$

Аналитик построил тематическую модель Φ^0, Θ^0 и отметил среди столбцов матрицы Φ^0 темы двух типов: удачные $T_+ \subset T$ и неудачные $T_- \subset T$.

Теперь он хочет построить модель ещё раз так, чтобы

- удачные темы остались в матрице Φ ;
- остальные темы построились по-другому и были не похожи на каждую из неудачных тем $t \in T_-$.

7. Предложите регуляризаторы для этого.
8. Не получится ли так, что новые темы будут отдаляться от суммы неудачных тем $\sum_{t \in T_-} \phi_{wt}^0$ вместо того, чтобы отдаляться от каждой из неудачных тем по отдельности? Почему это плохо и как этого избежать?
9. Предложите способ инициализации Φ для новой модели.