

Домашнее задание 2. Двойственная задачи.

Курс: Графические модели, 2016

Алгоритм TRW решает задачу целочисленного линейного программирования вида:

$$\begin{aligned} c^T x &\rightarrow \min_{x \in B} \\ Ax &= b, \end{aligned} \tag{1}$$

где $B = \{x \in \{0, 1\}^N \mid A_0 x = b_0\}$.

1 Двойственная задача к LP

Рассмотрим следующую задачу целочисленного линейного программирования.

$$\begin{aligned} c^T x &\rightarrow \min_{x \in \{0, 1\}^N} \\ Ax &= b. \end{aligned} \tag{2}$$

Рассмотрим также релаксированную задачу линейного программирования.

$$\begin{aligned} c^T x &\rightarrow \min_{x \in [0, 1]^N} \\ Ax &= b. \end{aligned} \tag{3}$$

1. Как соотносятся решения задач (2) и (3).
2. Выведите двойственную задачу к задачам (2) и (3).
3. Как соотносятся решения соответствующих двойственных задач?
4. В каком из двух случаев будет иметь место сильная двойственность?

2 Линейная регрессия с l1-регуляризацией

Рассмотрим задачу линейной регрессии с l1-регуляризатором.

$$\frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 + \alpha \|x\|_1 \rightarrow \min_{x \in \mathbb{R}^N} \tag{4}$$

Для решения этой задачи применим двойственное разложение. Представим задачу в эквивалентном виде.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 + \alpha \|y\|_1 &\rightarrow \min_{x, y \in \mathbb{R}^N} \\ x &= y \end{aligned} \tag{5}$$