

# Методы обучения ранжированию (Learning to Rank)

К. В. Воронцов

vokov@forecsys.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса

<http://www.MachineLearning.ru/wiki>

«Машинное обучение (курс лекций, К.В.Воронцов)»

ШАД Яндекс • 8 октября 2019

## 1 Постановка задачи и приложения

- Постановка задачи
- Примеры приложений
- Функционалы качества ранжирования

## 2 Основные подходы к ранжированию

- Поточечный подход
- Попарный подход
- Списочный подход

## 3 Ранжирование в Яндексе

## Определения и обозначения

$X$  — множество объектов

$X^\ell = \{x_1, \dots, x_\ell\}$  — обучающая выборка

$i \prec j$  — правильный порядок на парах  $(i, j) \in \{1, \dots, \ell\}^2$

**Задача:**

построить ранжирующую функцию  $a: X \rightarrow \mathbb{R}$  такую, что

$$i \prec j \Rightarrow a(x_i) < a(x_j)$$

**Линейная модель ранжирования:**

$$a(x; w) = \langle x, w \rangle$$

где  $x \mapsto (f_1(x), \dots, f_n(x)) \in \mathbb{R}^n$  — вектор признаков объекта  $x$

## Пример 1. Задача ранжирования поисковой выдачи

$D$  — коллекция текстовых документов (documents)

$Q$  — множество запросов (queries)

$D_q \subseteq D$  — множество документов, найденных по запросу  $q$

$X = Q \times D$  — объектами являются пары «запрос, документ»:

$$x \equiv (q, d), q \in Q, d \in D_q$$

$Y$  — упорядоченное множество рейтингов

$y: X \rightarrow Y$  — оценки релевантности, поставленные ассессорами:

чем выше оценка  $y(q, d)$ , тем релевантнее документ  $d$  запросу  $q$

Правильный порядок определён только между документами, найденными по одному и тому же запросу  $q$ :

$$(q, d) \prec (q, d') \Leftrightarrow y(q, d) < y(q, d')$$

## Пример 1. Задача ранжирования поисковой выдачи

### Типы признаков

- функции только документа  $d$
- функции только запроса  $q$
- функции запроса и документа  $(q, d)$
- текстовые
  - слова запроса  $q$  встречаются в  $d$  чаще обычного
  - слова запроса  $q$  есть в заголовках или выделены в  $d$
- ссылочные
  - на документ  $d$  много ссылаются
  - документ  $d$  содержит много полезных ссылок
- кликовые
  - на документ  $d$  часто кликают
  - на документ  $d$  часто кликают по запросу  $q$

## TF-IDF( $q, d$ ) — мера релевантности документа $d$ запросу $q$

$n_{dw}$  (term frequency) — число вхождений слова  $w$  в текст  $d$ ;

$N_w$  (document frequency) — число документов, содержащих  $w$ ;

$N$  — число документов в коллекции  $D$ ;

$N_w/N$  — оценка вероятности встретить слово  $w$  в документе;

$(N_w/N)^{n_{dw}}$  — оценка вероятности встретить его  $n_{dw}$  раз;

$P(q, d) = \prod_{w \in q} (N_w/N)^{n_{dw}}$  — оценка вероятности встретить

в документе  $d$  слова запроса  $q = \{w_1, \dots, w_k\}$  чисто случайно;

Оценка релевантности запроса  $q$  документу  $d$ :

$$-\log P(q, d) = \sum_{w \in q} \underbrace{\text{TF}(w, d)}_{n_{dw}} \underbrace{\log(N/N_w)}_{\text{IDF}(w)} \rightarrow \max.$$

$\text{TF}(w, d) = n_{dw}$  — term frequency;

$\text{IDF}(w) = \log(N/N_w)$  — inverted document frequency.

## PageRank — классический ссылочный признак

Документ  $d$  тем важнее,

- чем больше других документов  $c$  ссылаются на  $d$ ,
- чем важнее документы  $c$ , ссылающиеся на  $d$ ,
- чем меньше других ссылок имеют эти документы  $c$ .

Вероятность попасть на страницу  $d$ , если кликать случайно:

$$\text{PR}(d) = \frac{1 - \delta}{N} + \delta \sum_{c \in D_d^{in}} \frac{\text{PR}(c)}{|D_c^{out}|},$$

$D_d^{in} \subset D$  — множество документов, ссылающихся на  $d$ ,

$D_c^{out} \subset D$  — множество документов, на которые ссылается  $c$ ,

$\delta = 0.85$  — вероятность продолжать клики (damping factor),

$N$  — число документов в коллекции  $D$ .

---

Sergey Brin, Lawrence Page. The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine. 1998.

## Пример 2. Коллаборативная фильтрация

$U$  — пользователи, users

$I$  — предметы, items (фильмы, книги, и т.п.)

$X = U \times I$  — объектами являются пары «user, item»

Правильный порядок определён между предметами, которые выбирал или рейтинговал один и тот же пользователь:

$$(u, i) \prec (u, i') \Leftrightarrow y(u, i) < y(u, i')$$

Рекомендация пользователю  $u$  — это список предметов  $i$ , упорядоченный с помощью функции ранжирования  $a(u, i)$

В роли признаков объекта  $x = (u, i)$  могут выступать  $y(u', i)$  — рейтинги, поставленные другими пользователями  $u'$

То есть, поиск коллаборации  $\Leftrightarrow$  отбор признаков

## Оценивание качества поиска

Precision — доля релевантных среди найденных

Recall — доля найденных среди релевантных

$$P = \frac{TP}{TP + FP} \text{ — точность (precision)}$$

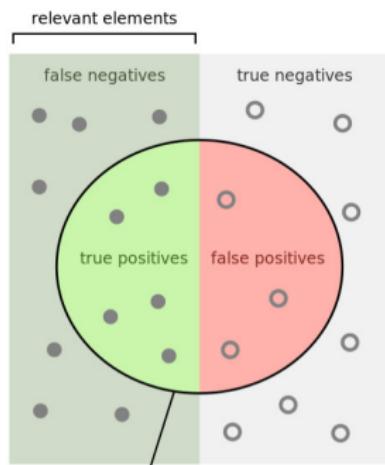
$$R = \frac{TP}{TP + FN} \text{ — полнота (recall)}$$

$$F_1 = \frac{P + R}{2PR} \text{ — F1-мера}$$

TP (true positive) — найденные релевантные

FP (false positive) — найденные нерелевантные

FN (false negative) — ненайденные релевантные



$$\text{Precision} = \frac{\text{true positives}}{\text{true positives} + \text{false positives}}$$
$$\text{Recall} = \frac{\text{true positives}}{\text{true positives} + \text{false negatives}}$$

Недостаток: в «большом поиске» FN и Recall неизвестны

## Точность и средняя точность

Пусть  $Y = \{0, 1\}$ ,  $y(q, d)$  — релевантность,  
 $a(q, d)$  — искомая функция ранжирования,  
 $d_q^{(i)}$  —  $i$ -й документ по убыванию  $a(q, d)$ .

*Precision*, точность — доля релевантных среди первых  $n$ :

$$P_n(q) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y(q, d_q^{(i)})$$

*Average Precision*, средняя  $P_n$  по позициям релевантных документов:

$$AP(q) = \sum_n y(q, d_q^{(n)}) P_n(q) \Bigg/ \sum_n y(q, d_q^{(n)})$$

*Mean Average Precision*, средняя AP по всем запросам:

$$MAP = \frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} AP(q)$$

## Доля «дефектных пар»

Пусть  $Y \subseteq \mathbb{R}$ ,  $y(q, d)$  — релевантность,  
 $a(q, d)$  — искомая функция ранжирования,  
 $d_q^{(i)}$  —  $i$ -й документ по убыванию  $a(q, d)$ .

Доля инверсий порядка среди первых  $n$  документов:

$$DP_n(q) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i < j}^n [y(q, d_q^{(i)}) < y(q, d_q^{(j)})].$$

Связь с коэффициентом ранговой корреляции ( $\tau$  Кенделла):

$$\tau(a, y) = 1 - 2 \cdot DP_n(q).$$

Связь с AUC (area under ROC-curve) в задачах классификации с двумя классами  $Y = \{-1, +1\}$ ,  $a: X \rightarrow Y$

$$AUC_n(q) = \frac{1}{\ell_- \ell_+} \sum_{i,j=1}^n [y_i < y_j] [a(x_i) < a(x_j)] = 1 - \frac{n(n-1)}{2\ell_- \ell_+} \cdot DP_n(q).$$

## DCG — Discounted Cumulative Gain

Пусть  $Y \subseteq \mathbb{R}$ ,  $y(q, d)$  — релевантность,  
 $a(q, d)$  — искомая функция ранжирования,  
 $d_q^{(i)}$  —  $i$ -й документ по убыванию  $a(q, d)$ .

Дисконтированная (взвешенная) сумма выигрышей:

$$DCG_n(q) = \sum_{i=1}^n \underbrace{G_q(d_q^{(i)})}_{\text{gain}} \cdot \underbrace{D(i)}_{\text{discount}}$$

$G_q(d) = (2^{y(q, d)} - 1)$  — больший вес релевантным документам  
 $D(i) = 1 / \log_2(i + 1)$  — больший вес в начале выдачи

Нормированная дисконтированная сумма выигрышей:

$$NDCG_n(q) = \frac{DCG_n(q)}{\max DCG_n(q)}$$

$\max DCG_n(q)$  — это  $DCG_n(q)$  при идеальном ранжировании

## Яндекс pFound — модель поведения пользователя

Пусть  $Y \subseteq [0, 1]$ ,

$y(q, d)$  — релевантность, оценка вероятности найти ответ в  $d$ ,

$a(q, d)$  — искомая функция ранжирования,

$d_q^{(i)}$  —  $i$ -й документ по убыванию  $a(q, d)$ .

Вероятность найти ответ в первых  $n$  документах:

$$pFound_n(q) = \sum_{i=1}^n P_i \cdot y(q, d_q^{(i)}),$$

где  $P_i$  — вероятность дойти до  $i$ -го документа:

$$P_1 = 1;$$

$$P_{i+1} = P_i \cdot (1 - y(q, d_q^{(i)})) \cdot (1 - P_{out}),$$

где  $P_{out}$  — вероятность прекратить поиск без ответа

## Яндекс pFound — модель поведения пользователя

Параметры критерия pFound:

- $P_{out} = 0.15$  — вероятность прекратить поиск без ответа;
- $y(q, d)$  — оценка вероятности найти ответ в документе:

оценка ассесора	$y(q, d)$
Vital	0.61
Useful	0.41
Relevant+	0.14
Relevant-	0.07
Not Relevant	0.00

## Основные подходы к ранжированию

- Point-wise — поточечный
- Pair-wise — попарный
- List-wise — списочный

Переход к гладкому функционалу качества ранжирования:

$$Q(a) = \sum_{i \prec j} \underbrace{[a(x_j) - a(x_i)]}_{\text{Margin}(i,j)} < 0 \leq \sum_{i \prec j} \mathcal{L}(a(x_j) - a(x_i)) \rightarrow \min$$

где  $a(x)$  — алгоритм ранжирования;

$\mathcal{L}(M)$  — убывающая непрерывная функция отступа  $\text{Margin}(i,j)$ :

- $\mathcal{L}(M) = (1 - M)_+$  — RankSVM
- $\mathcal{L}(M) = \exp(-M)$  — RankBoost
- $\mathcal{L}(M) = \log(1 + e^{-M})$  — RankNet

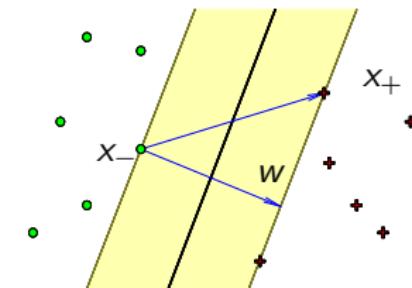
## Напоминание: SVM — метод опорных векторов

Линейный классификатор:

$$a(x) = \text{sign}(\langle w, x \rangle - w_0), \quad w, x \in \mathbb{R}^n, \quad w_0 \in \mathbb{R}.$$

Задача обучения SVM:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i \rightarrow \min_{w, w_0, \xi}; \\ M_i(w, w_0) \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, \dots, \ell; \\ \xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, \ell. \end{cases}$$



где  $M_i(w, w_0) = y_i(\langle w, x_i \rangle - w_0)$  — отступ объекта  $x_i$ .

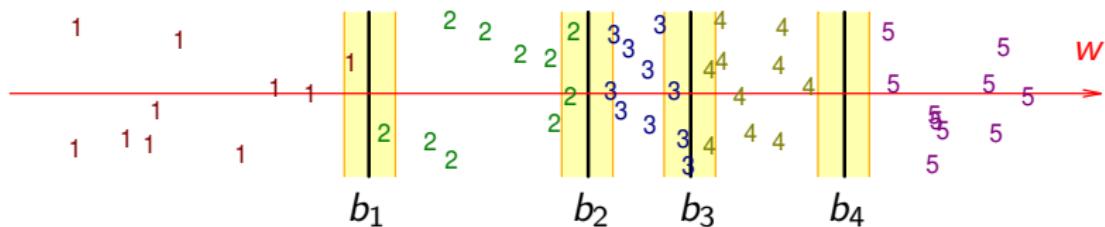
Эквивалентная задача безусловной минимизации:

$$Q(w, w_0) = \sum_{i=1}^{\ell} (1 - M_i(w, w_0))_+ + \frac{1}{2C} \|w\|^2 \rightarrow \min_{w, w_0}.$$

## Ранговая классификация OC-SVM (Ordinal Classification SVM)

Пусть  $Y = \{1, \dots, K\}$ , функция ранжирования линейная с порогами  $b_0 = -\infty, b_1, \dots, b_{K-1} \in \mathbb{R}, b_K = +\infty$ :

$$a(x) = y, \text{ если } b_{y-1} < \langle w, x \rangle \leq b_y$$



Постановка задачи SVM для ранговой классификации:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} [y_i \neq K] (\xi_i + \xi_i^*) \rightarrow \min_{w, b, \xi}; \\ b_{y_i-1} + 1 - \xi_i^* \leq \langle w, x_i \rangle \leq b_{y_i} - 1 + \xi_i; \\ \xi_i^* \geq 0, \quad \xi_i \geq 0. \end{cases}$$

## Ranking SVM

Постановка задачи SVM для попарного подхода:

$$Q(a) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i \prec j} \underbrace{\mathcal{L}(a(x_j) - a(x_i))}_{\text{Margin}(i,j)} \rightarrow \min_a,$$

где  $a(x) = \langle w, x \rangle$  — функция ранжирования,

$\mathcal{L}(M) = (1 - M)_+$  — функция потерь,

$M = \text{Margin}(i,j) = \langle w, x_j - x_i \rangle$  — отступ,

Постановка задачи квадратичного программирования:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i \prec j} \xi_{ij} \rightarrow \min_{w, \xi}; \\ \langle w, x_j - x_i \rangle \geq 1 - \xi_{ij}, \quad i \prec j; \\ \xi_{ij} \geq 0, \quad i \prec j. \end{cases}$$

## От RankNet до LambdaRank

**RankNet:** гладкий функционал качества ранжирования:

$$Q(a) = \sum_{i \prec j} \mathcal{L}(a(x_j) - a(x_i)) \rightarrow \min$$

при  $\mathcal{L}(M) = \log(1 + e^{-\sigma M})$  и линейной модели  $a(x) = \langle w, x \rangle$ .

**Метод стохастического градиента:**

выбираем на каждой итерации случайную пару  $i \prec j$ :

$$w := w + \eta \cdot \frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_j - x_i, w \rangle)} \cdot (x_j - x_i)$$

---

Christopher J.C. Burges From RankNet to LambdaRank to LambdaMART:  
An Overview // Microsoft Research Technical Report MSR-TR-2010-82. 2010.

## От RankNet до LambdaRank

Метод стохастического градиента:

$$w := w + \eta \cdot \underbrace{\frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_j - x_i, w \rangle)}}_{\lambda_{ij}} \cdot (x_j - x_i);$$

Оказывается, для оптимизации негладких функционалов MAP, NDCG, pFound достаточно домножить  $\lambda_{ij}$  на изменение данного функционала при перестановке местами  $x_i \leftrightarrow x_j$ .

**LambdaRank:** домножение на изменение NDCG при  $x_i \leftrightarrow x_j$  приводит к оптимизации NDCG:

$$w := w + \eta \cdot \frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_j - x_i, w \rangle)} \cdot |\Delta NDCG_{ij}| \cdot (x_j - x_i);$$

---

Christopher J.C. Burges From RankNet to LambdaRank to LambdaMART:  
An Overview // Microsoft Research Technical Report MSR-TR-2010-82. 2010.

## Ранжирование в Яндексе

- Ежемесячно в выборку добавляется более 50 000 оценок ассессоров
- За 6 лет придумано и проверено более 1500 признаков
- Технология MatrixNet — градиентный бустинг над ODT (небрежными решающими деревьями)
- CatBoost — свободно доступный аналог MatrixNet
- PairWise подход лучше, чем PointWise и ListWise
- Технология FML (Friendly Machine Learning) — среда для тестирования алгоритмов машинного обучения

## Резюме в конце лекции

- Ранжирование — особый класс задач машинного обучения.
- Критерий качества ранжирования зависит от приложения.  
Наилучшего универсального критерия не существует.
- Три подхода: поточечный, попарный, списочный.  
Теоретически списочный должен быть наилучшим.  
Однако в Яндексе лучше всего работает попарный.

---

Tie-Yan Liu. Learning to Rank for Information Retrieval. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2011

Hang Li. A Short Introduction to Learning to Rank // IEICE Trans. Inf. & Syst., Vol.E94-D, No.10 October 2011.