Статистические тесты однородности символьных последовательностей для информационного анализа электрокардиосигналов

Жариков Илья Николаевич

Московский физико-технический институт
Факультет управления и прикладной математики
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель д.ф.-м.н. К. В. Воронцов

15 июня 2016 г.

Цель работы

Цель работы

Построить статистические тесты для проверки однородности символьных последовательностей, представленных векторами частот k-грамм.

Требования

Толерантность к разреженности векторов частот слов.

Применение

В задачах, возникающих в информационном анализе электрокардиосигналов при исследовании воспроизводимости ЭКГ-сигналов и метрологической проверкой пригодности приборов.

Z-тест (Z)

Предполагается, что $n \sim Bin(l, p)$.

$$\begin{matrix} S_1 : [n_{11}, n_{12}, \ldots, n_{1K}] \\ S_2 : [n_{21}, n_{22}, \ldots, n_{2K}] \end{matrix} \xrightarrow{\forall m = 1,\ldots,K} \begin{matrix} H_0 : p_{1m} = p_{2m}; \\ H_1 : p_{1m} \neq p_{2m}. \end{matrix}$$

Z-статистика (для k-граммы под номером m):

$$Z_m = \frac{\frac{n_{1m}}{l_1} + \frac{1}{2l_1} - \frac{n_{2m}}{l_2} - \frac{1}{2l_2}}{\sqrt{\frac{n_{1m}+n_{2m}}{l_1+l_2} \cdot \frac{l_1+l_2-n_{1m}-n_{2m}}{l_1+l_2} \cdot \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)}}.$$

Пусть U_β — β-квантиль распределения $N(0, 1)$.

Критерий:

k-граммы: $|Z_m| \geqslant U_{1-\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow H_0$ отвергается.

кодограммы: $\sum_{m=1}^{K} \left[|Z_m| \geqslant U_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] > \alpha \cdot K \Rightarrow S_1$ и S_2 различны.

Постановка задачи

Независимость

Однородность $\Leftrightarrow$ Номер k-граммы не зависит от номера кодограммы.

Рассматриваются вектора: I и J.

T Таблица сопряженности

I \ **J**	1	2	...	**K**	$\mathbf{n_{\bullet +}}$
1	$n11$	$n12$	...	$n1K$	$\mathbf{n_{1+}}$
2	$n21$	$n22$	...	$n2K$	$\mathbf{n_{2+}}$
$\mathbf{n_{+\bullet}}$	$\mathbf{n_{+1}}$	$\mathbf{n_{+2}}$	...	$\mathbf{n_{+K}}$	n

Проверяемая гипотеза:

H_0 : I и J независимы;

H_1 : I и J зависимы.

G-тест (G)

Независимость

По таблице сопряженности **T**, вычисляется значение **статистики**:

$$G^2(I,J) = 2 \cdot \sum_{j=1}^{K} \sum_{i=1}^{2} n_{ij} \ln\left(\frac{n_{ij} n}{n_{i+} n_{+j}}\right).$$

В условиях истинности H_0: $G^2 \sim \chi^2_{(2-1)(K-1)}$.

Пусть χ^2_β — β-квантиль распределения $\chi^2_{(K-1)}$.

Критерий:

для I и J: $G^2(X_S, X_w) \geqslant \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow H_0$ отвергается, I и J зависимы.

Тест Фишера (FT)

Независимость

Для таблицы сопряженности $\mathbf{T}$, вычисляется значение P:

$$P = \frac{\prod_{i=1}^{2} n_{i+}! \cdot \prod_{j=1}^{K} n_{+j}!}{n! \cdot \prod_{i=1}^{2} \prod_{j=1}^{K} n_{ij}!}$$

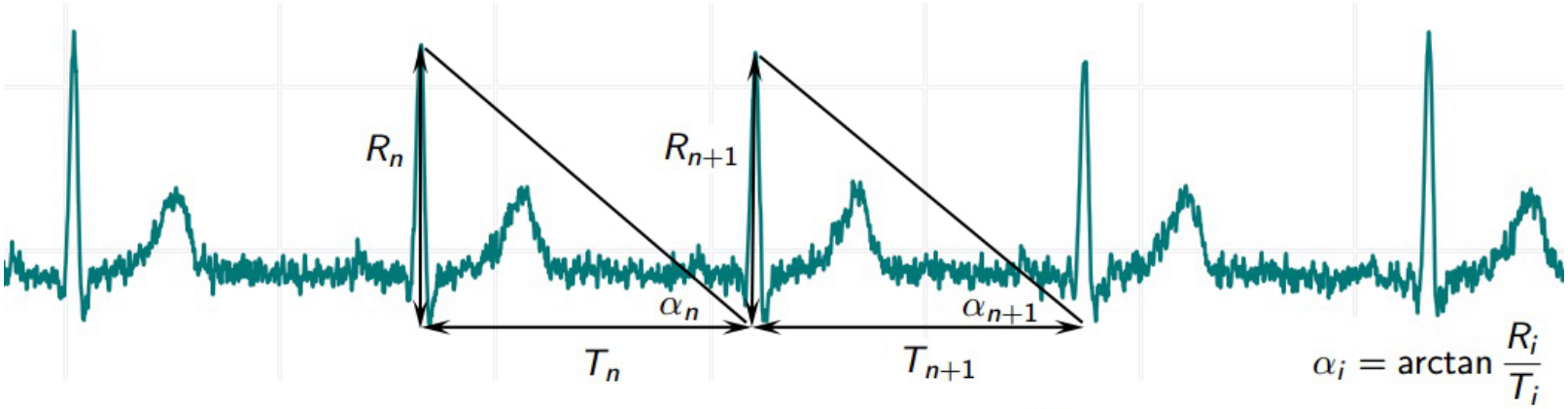
$\{\mathbf{T}^r\}_{r=1}^{N}$ — таблицы сопряженности с суммой по строкам n_{i+} и столбцам n_{+j}.

$$\text{p-value} = \sum_{h \in \mathcal{B}} P_h, \quad h \in \mathcal{B} \Leftrightarrow P_h \leqslant P, \quad \mathcal{B} \subseteq \{1, 2, \ldots, N\}.$$

Критерий:

для I и J: p-value $\leqslant \alpha \Rightarrow H_0$ отвергается, I и J зависимы.

Электрокардиограмма (ЭКГ)



$\downarrow$ сочетания знаков приращений $(R, T, \alpha) \Leftrightarrow \{\text{A, B, C, D, E, F}\}$

ABCDEFADCEFDBCFDEAFCBCFADECFDEFACBDFECAFDECF
ADCEBCFADECDFABCFEDAFCEBCDFDBCEFAFCDEBFEFDCA
AFDCBCDFAEDFCDBDFEFACDBFEABCDFAAEBDCFECBDFEF

Данные

S	$\lvert S\rvert = 7626$	Набор ЭКГ, полученных с помощью прибора Скринфакс;
C	$\lvert C\rvert = 4918$	Набор ЭКГ, полученных с помощью прибора CardioQvark;
E	$\lvert E\rvert = 2 \cdot 23$	Набор ЭКГ, полученных при одновременной записи сигнала с помощью приборов CardioQvark и Скринфакс;
M	$\lvert M\rvert = 1000$	Синтетические данные.

Корректность

Данные: Синтетические данные $\mathbf{M}$.

Цель: Проверить **корректность** тестов.

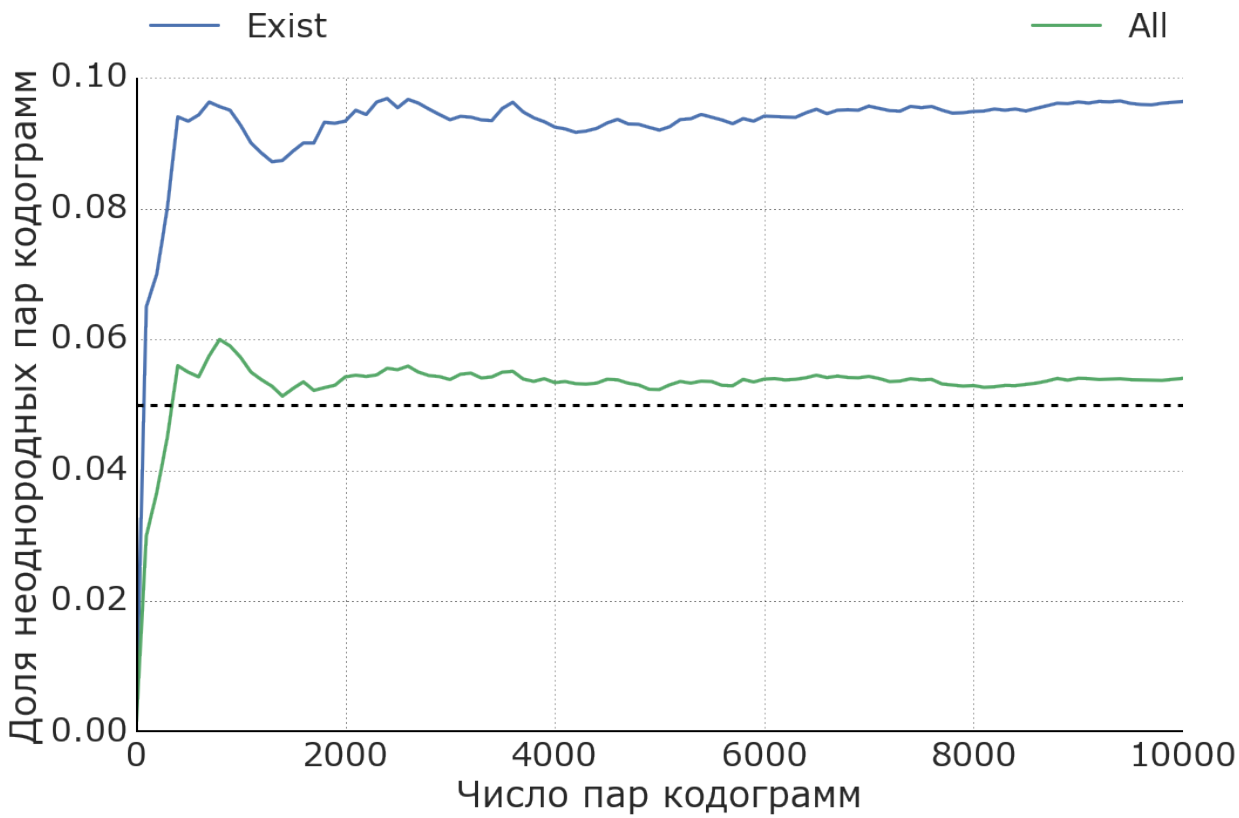
Эксперимент: Многократная проверка однородности пары кодограмм, выбранных случайным образом.

Тесты:

- Тест Фишера;
- G-тест;
- Z-тест.

Корректность

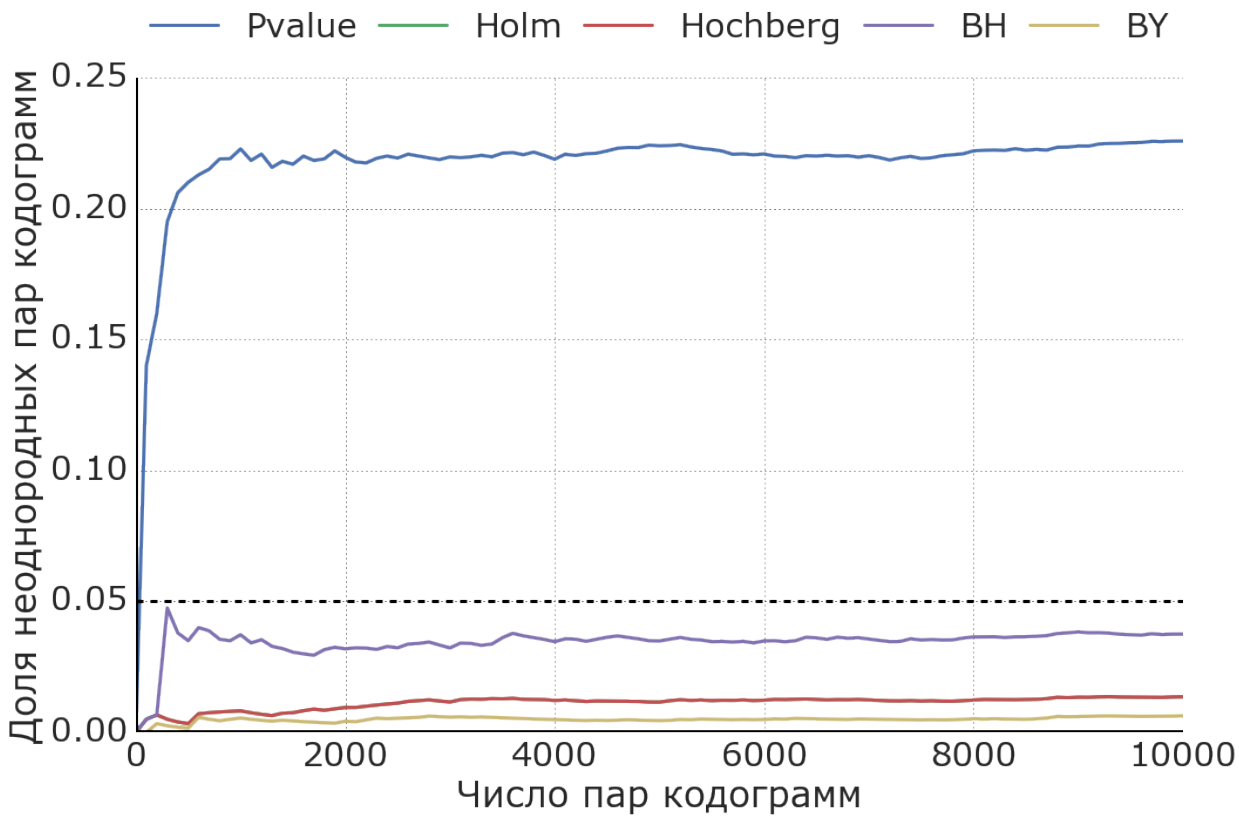
Z-тест



Вывод: Z-тест корректен при использовании доли отвергнутых триграмм среди всех 216 триграмм.

Корректность

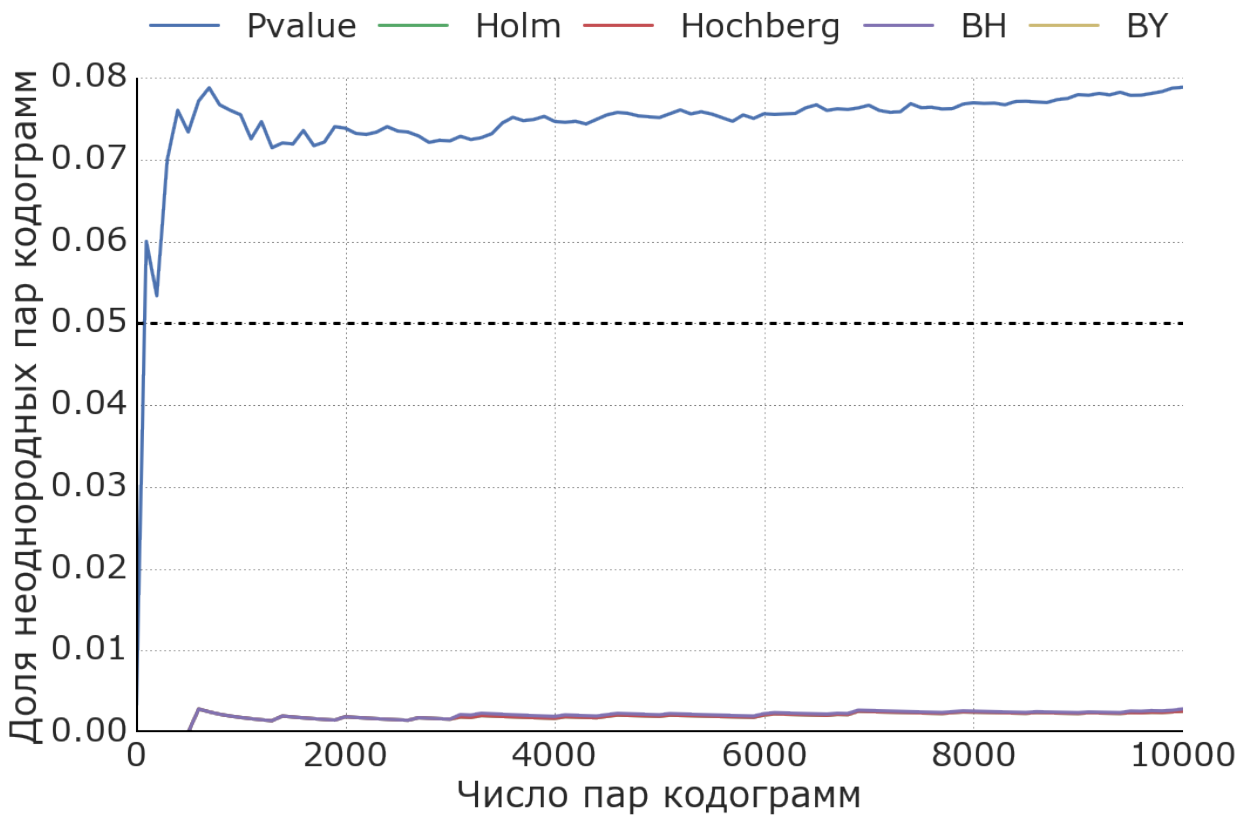
G-тест



Вывод: *G*-тест корректен с учетом поправок на множественность тестирования.

Корректность

FT-тест



Вывод: Тест Фишера корректен с учетом поправок на множественность тестирования.

Мощность

Данные: Данные Скринфакс **S** и CardioQvark **C**.

Цель: Выяснить, какой критерий является наиболее мощным.

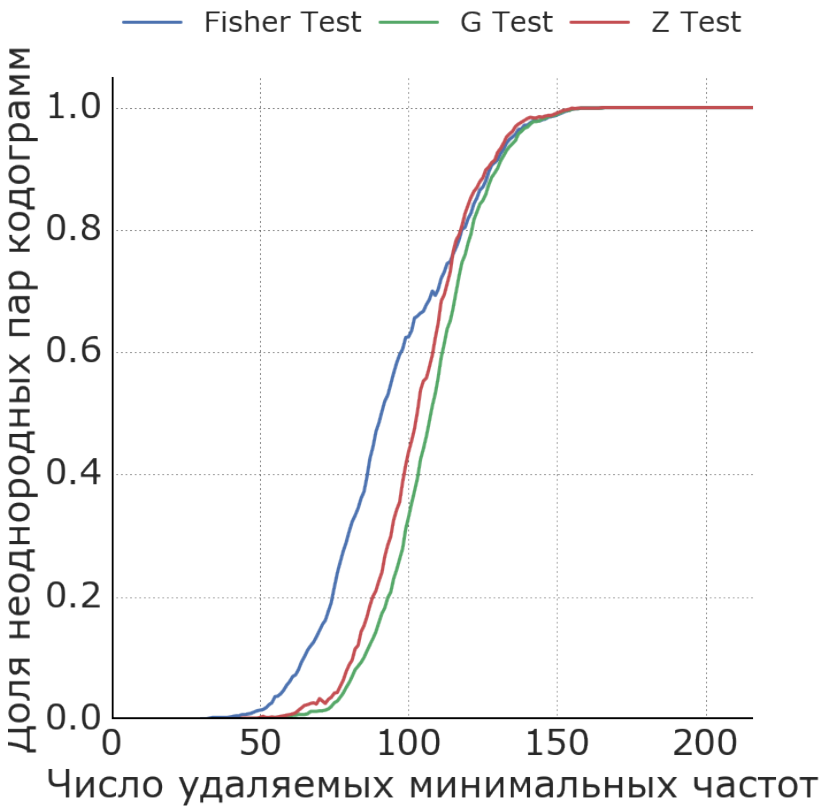
Эксперимент: Многократная проверка однородности пары кодограмм, одна из которых выбрана случайна, другая — получена из первой путем зануления максимальных/минимальных частот 3-грамм.

Тесты:

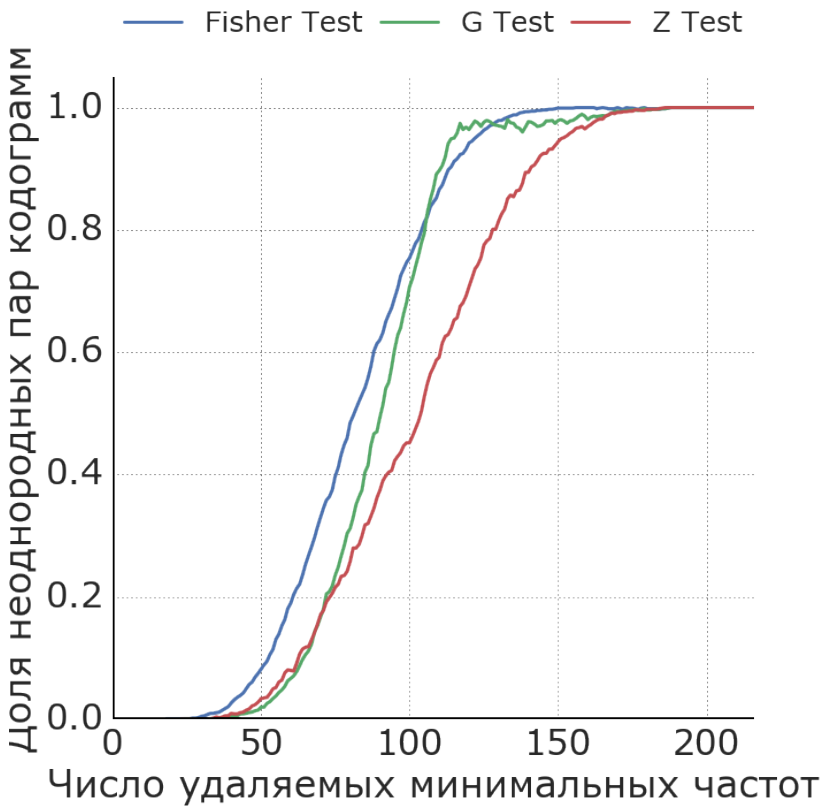
- Тест Фишера;
- G-тест;
- Z-тест.

Мощность

Удаление минимальных частот



Данные CardioQvark

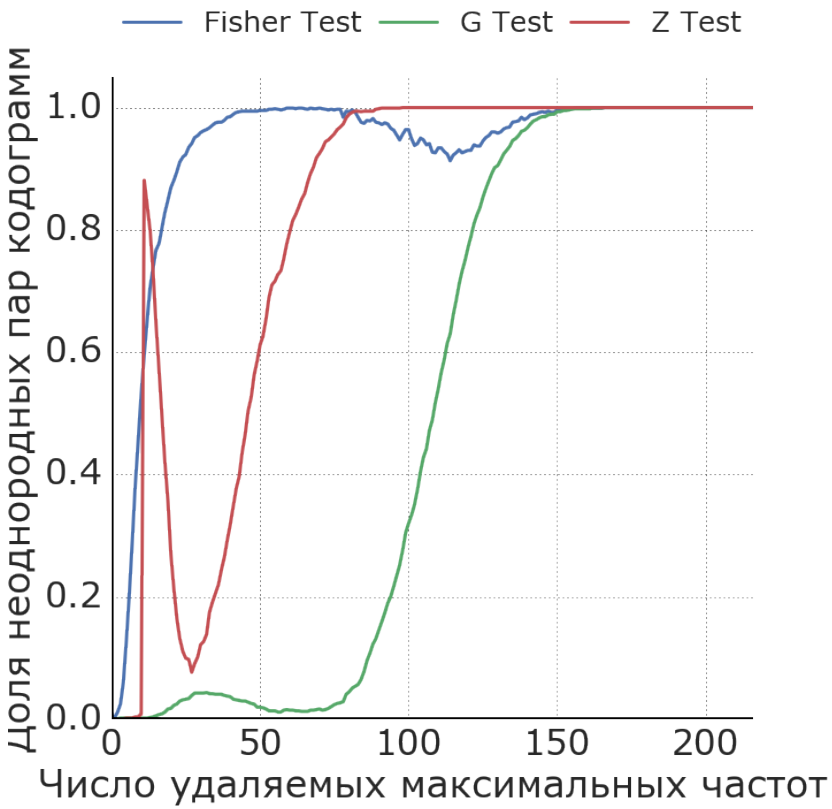


Данные Скринфакс

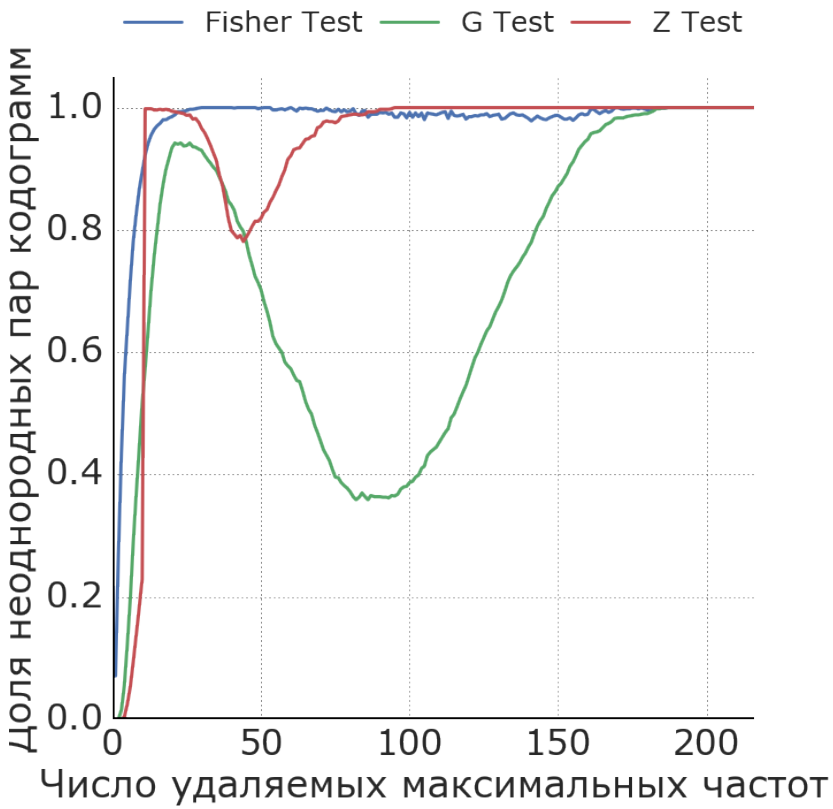
Вывод: Тест Фишера является наиболее мощным на данном наборе неоднородных данных.

Мощность

Удаление максимальных частот



Данные CardioQvark



Данные Скринфакс

Вывод: Тест Фишера является наиболее мощным на данном наборе неоднородных данных.

Однородность

Кодограмм

Данные: Данные Скринфакс **S** и CardioQvark **C**.

Цель: Выяснить, являются ли кодограммы однородными по отдельности.

Эксперимент: Многократная проверка однородности пары кодограмм, которые являются частями выбранной случайно кодограммы.

Тесты:

- Тест Фишера;
- G-тест;
- Z-тест.

Однородность

Кодограмм

Доля однородных в пределах одного обследования кодограмм.

		P-value	Holm	Hochberg	BH	BY
			поправки на множественность			
S	FT	0.736	1.000	1.000	0.844	1.000
	G	0.965	0.993	0.993	0.988	0.993
	Z	0.968	1.000	1.000	1.000	1.000
C	FT	0.856	1.000	1.000	0.976	1.000
	G	0.999	0.999	0.999	0.999	1.000
	Z	0.994	1.000	1.000	1.000	1.000

Вывод: кодограммы в пределах одного обследования однородны.

Однородность

Кодограмм одного пациента

Данные: Данные Скринфакс **S** и CardioQvark **C**.

Цель: Выяснить, есть ли различие в результатах при сравнении кодограмм одного пациента и кодограмм разных пациентов.

Эксперимент: Многократная проверка однородности пары кодограмм одного пациента и разных пациентов.

Тесты:

- Тест Фишера;
- G-тест;
- Z-тест.

Однородность

Кодограмм одного пациента

Доля однородных пар кодограмм.

			поправки на множественность			
		P-value	**Holm**	**Hochberg**	**BH**	**BY**
Один пациент	**S**	**FT**	0.069	1.000	1.000	0.069	0.109
		G	0.168	0.251	0.251	0.171	0.205
		Z	0.163	1.000	1.000	1.000	1.000
	C	**FT**	0.343	1.000	1.000	0.382	0.497
		G	0.694	0.836	0.836	0.731	0.785
		Z	0.584	1.000	1.000	1.000	1.000
Два пациента	**S**	**FT**	0.001	1.000	0.001	0.001	0.001
		G	0.008	0.013	0.013	0.008	0.011
		Z	0.007	1.000	1.000	1.000	1.000
	C	**FT**	0.149	1.000	1.000	0.157	0.240
		G	0.549	0.693	0.693	0.575	0.633
		Z	0.185	1.000	1.000	1.000	1.000

Вывод: данные разных пациентов более неоднородны, чем данные одного и того же пациента.

Сравнение показаний приборов

Данные: Синхронизированные данные Скринфакс и CardioQvark **E**.

Цель: Выяснить, являются ли данные рассматриваемых приборов однородными.

Эксперимент: Проверка однородности пар кодограмм, полученных из синхронизированных пар ЭКГ.

Тесты:

- Тест Фишера;
- G-тест;
- Z-тест.

Сравнение показаний приборов

Статистические тесты

Тест Фишера: отверг 7 пар кодограмм $\sim 30\ \%$

G-тест: отверг 2 пары кодограмм $\sim 8\ \%$

Z-тест: отверг 0 пар кодограмм $\sim 0\ \%$

$$\Downarrow$$

Показания приборов однородны, то есть данные, полученные с двух приборов, можно смешивать при формировании обучающих выборок.

Сравнение показаний приборов

Анализ разностей

Для каждой пары синхронизированных ЭКГ **E** (всего пар 23, обозначим через M) вычислялась разница между векторами RR-интервалов, амплитуд R-зубцов и частот триграмм.

Итого: $\triangle \mathrm{T}^i$, $\triangle \mathrm{R}^i$, $\triangle \mathrm{n}^i$, где $i = 1, \ldots, M$

$$\triangle \mathrm{T}_{all} = \bigcup_{i=1}^{M} \triangle \mathrm{T}^i, \quad \triangle \mathrm{R}_{all} = \bigcup_{i=1}^{M} \triangle \mathrm{R}^i, \quad \triangle \mathrm{n}_{all} = \bigcup_{i=1}^{M} \triangle \mathrm{n}^i$$

Сравнение показаний приборов

Анализ разностей

Цель: Выяснить, являются ли разности частот триграмм, разности RR-интервалов и разности амплитуд R-зубцов однородными.

Тест: Критерий Колмогорова-Смирнова.

Доля пар кодограмм, для которых вычисленные разности не однородны.

	p-value	**Holm**	**Hochberg**	**BH**	**BY**
$\triangle$n	0.156	0.004	0.004	0.036	0.004
$\triangle$R	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996
$\triangle$T	0.993	0.989	0.989	0.993	0.989

Вывод: можно считать, что разности частот триграмм однородны.

Сравнение показаний приборов

Анализ разностей

Генерация шума на вектора частот триграмм:

$$\triangle \mathsf{T}_{all} \xrightarrow{\text{bootstrap}} \varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{216}]$$

Для каждого $n_{\text{original}} = [n_1, n_2, \ldots, n_{216}]$ вычислялся вектор частот $n_{\text{noise}} = n + \varepsilon = [n_1 + \varepsilon_1, n_2 + \varepsilon_2, \ldots, n_{216} + \varepsilon_{216}]$

Далее запускались алгоритмы классификации как на оригинальных данных, так и на зашумленных.

Сравнение показаний приборов

Анализ разностей

Средние значения **AUC**
на обучении (auc_l) и на контроле (auc_c).

	auc_l	**auc_c**
среднее значение показателей качества при наложении шума	0.939	0.914
среднее значение показателей качества на исходных данных	0.940	0.917
средняя разница показателей (с шумом - без шума)	-0.000	-0.004
максимальная разница показателей (с шумом - без шума)	0.043	0.045
минимальная разница показателей (с шумом - без шума)	-0.023	-0.055

Вывод: наложение шума не ухудшает качество классификации. Для данных различных приборов можно применять одни и теже алгоритмы классификации.

Результаты, выносимые на защиту

- Предложены статистические тесты для проверки однородности символьных последовательностей.
- Показано, что кодограммы в пределах одного обследования (600 кардиоциклов), как правило, однородны. Однако обследования с 30-минутным интервалом могут давать неоднородные кодограммы у некоторых обследуемых.
- В экспериментах с параллельной регистрацией ЭКГ двумя приборами показана однородность кодограмм, полученных с помощью систем Скринфакс и CardioQvark.