

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Лектор

Сенько Олег Валентинович

Лекция 4

# Байесовское обучение

Ранее было показано, что максимальную точность распознавания обеспечивает байесовское решающее правило, относящее распознаваемый объект, описываемый вектором  $\mathbf{x}$  переменных (признаков)  $X_1, \dots, X_n$  к классу  $K_*$  для которого условная вероятность  $\mathbf{P}(K_* | \mathbf{x})$  максимальна.

Байесовские методы обучения основаны на аппроксимации условных вероятностей классов в точках признакового пространства с использованием формулы Байеса.

# Байесовское обучение

Рассмотрим задачу распознавания классов  $K_1, \dots, K_L$

Формула Байеса позволяет рассчитать условные вероятности классов в точке признакового пространства:

$$\mathbf{P}(K_i | \mathbf{x}) = \frac{f_i(\mathbf{x})\mathbf{P}(K_i)}{\sum_{j=1}^L f_j(\mathbf{x})\mathbf{P}(K_j)}, \text{ где } f_i(\mathbf{x}) \text{ - плотность}$$

распределения вероятности для класса  $K_i$  ;

$\mathbf{P}(K_i)$  - вероятность класса  $K_i$  безотносительно к признаковым описаниям (априорная вероятность).

# Байесовское обучение

При этом в качестве оценок априорных вероятностей

$\mathbf{P}(K_1), \dots, \mathbf{P}(K_L)$  могут быть взяты доли объектов соответствующих классов в обучающей выборке.

Плотности вероятностей  $f_1(\mathbf{x}), \dots, f_L(\mathbf{x})$  восстанавливаются исходя из предположения об их принадлежности фиксированному типу распределения.

Чаще всего используется многомерное нормальное распределения.

# Байесовское обучение

Плотность данного распределения в общем виде представляется выражением

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^t\right] ,$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  - математическое ожидание вектора признаков  $\mathbf{x}$  ;

$\Sigma$  - матрица ковариаций признаков  $X_1, \dots, X_n$  ;

$|\Sigma|$  - детерминант матрицы  $\Sigma$  .

# Байесовское обучение

Для построения распознающего алгоритма достаточно

оценить вектора математических ожиданий  $\boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_L$  и

матрицы ковариаций  $\boldsymbol{\Sigma}_1, \dots, \boldsymbol{\Sigma}_L$  для классов  $K_1, \dots, K_L$

соответственно.

Оценка  $\boldsymbol{\mu}_i$  вычисляется как среднее значение векторов

признаков по объектам обучающей выборки из класса  $K_i$ :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{s_j \in \tilde{S}_t \cap K_i} \mathbf{x}_j, \text{ где } m_i - \text{число объектов класса } K_i$$

в обучающей выборке.

# Байесовское обучение

Элемент матрицы ковариаций для класса  $K_i$  вычисляется по формуле

$$\sigma_{kk'}^i = \frac{1}{m_i} \sum_{s_j \in \tilde{S}_i \cap K_i} (x_{jk} - \mu_k^i)(x_{jk'} - \mu_{k'}^i), \quad k, k' \in \{1, \dots, n\}, \quad \text{где}$$

$\mu_k^i$  -  $k$ -ая компонента вектора  $\boldsymbol{\mu}^i$ . Матрицу ковариации, состоящую из элементов  $\sigma_{kk'}^i$  обозначим  $\hat{\Sigma}_i$

Очевидно, что согласно формуле Байеса максимум  $\mathbf{P}(K_i | \mathbf{x})$

достигается для тех же самых классов для которых максимально

произведение  $f_i(\mathbf{x})\mathbf{P}(K_i)$ .

# Байесовское обучение

Очевидно, что для байесовской классификации может использоваться также натуральный логарифм  $\ln[f_i(\mathbf{x})\mathbf{P}(K_i)]$

который согласно вышеизложенному может быть оценён

выражением  $g_i(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{x}\hat{\Sigma}_i\mathbf{x}^t) + \mathbf{w}_i\mathbf{x}^t + g_i^0$ , где

$$\mathbf{w}_i = \hat{\boldsymbol{\mu}}_i\hat{\Sigma}_i^{-1}$$

$$g_i^0 = -\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_i\hat{\Sigma}_i^{-1}\hat{\boldsymbol{\mu}}_i^t) - \frac{1}{2}\ln(|\hat{\Sigma}_i|) + \ln(v_i) - \frac{n}{2}\ln(2\pi) \quad - \text{не}$$

зависящее от  $\mathbf{x}$  слагаемое;

$v_i$  - доля объектов класса  $K_i$  в обучающей выборке.



# Байесовское обучение

Таким образом объект с признаковым описанием  $\mathbf{x}$  будет отнесён построенной выше аппроксимацией байесовского классификатора к классу, для которого оценка  $g_i(\mathbf{x})$  является максимальной. Следует отметить, что построенный классификатор в общем случае является квадратичным по признакам. Однако классификатор превращается в линейный, если оценки ковариационных матриц разных классов оказываются равными.

# Линейный дискриминант Фишера

Рассмотрим вариант метода Линейный дискриминант

Фишера (ЛДФ) для распознавания двух классов  $K_1$  и  $K_2$  .

В основе метода лежит поиск в многомерном признаковом

пространстве такого направления  $\mathbf{w}$  , чтобы средние

значения проекции на него объектов обучающей

выборки из классов  $K_1$  и  $K_2$  максимально

различались. Проекцией произвольного вектора  $\mathbf{x}$  на

направление  $\mathbf{w}$  является отношение  $\frac{(\mathbf{w}\mathbf{x}^t)}{|\mathbf{w}|}$  .

# Линейный дискриминант Фишера

В качестве меры различий проекций классов на  $\mathbf{w}$  используется функционал

- $$\Phi(\mathbf{w}) = \frac{|\hat{\mathbf{X}}_{w1}(\mathbf{w}) - \hat{\mathbf{X}}_{w2}(\mathbf{w})|}{\hat{d}_1(\mathbf{w}) + \hat{d}_2(\mathbf{w})}, \text{ где}$$

- $$\hat{X}_{wi}(\mathbf{w}) = \frac{1}{m_i} \sum_{s_j \in \tilde{S}_t \cap K_i} \frac{(\mathbf{w} \mathbf{x}_j^t)}{|\mathbf{w}|} - \text{среднее значение проекции}$$

векторов, описывающих объекты из класса  $K_i, i \in \{1, 2\}$

# Линейный дискриминант Фишера

- $\hat{d}_i(\mathbf{w}) = \frac{1}{m_i} \sum_{s_j \in \tilde{S}_i \cap K_i} \left[ \frac{(\mathbf{w} \mathbf{x}_j^t)}{|\mathbf{w}|} - \hat{X}_{wi} \right]^2$  - выборочная

дисперсия проекций векторов, описывающих объекты из класса.

Смысл функционала  $\Phi(\mathbf{w})$  ясен из его структуры. Он является по сути квадратом отличия между средними значениями проекций классов на направление  $\mathbf{w}$ , нормированным на сумму внутриклассовых выборочных дисперсий.

# Линейный дискриминант Фишера

Можно показать, что  $\Phi(\mathbf{w})$  достигает максимума

$\mathbf{w}^t = \hat{\Sigma}_{12}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_1^t - \hat{\boldsymbol{\mu}}_2^t)$ , где  $\hat{\Sigma}_{12} = \hat{\Sigma}_1 + \hat{\Sigma}_2$ . Таким образом оценка

направления, оптимального для распознавания  $K_1$  и  $K_2$

может быть записана в виде  $\hat{\mathbf{w}}^t = \hat{\Sigma}_{12}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_1^t - \hat{\boldsymbol{\mu}}_2^t)$  ( $\hat{\boldsymbol{\mu}}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{s_j \in \tilde{S}_i \cap K_i} \mathbf{x}_j$ )

Распознавание нового объекта  $s_*$  по признаковому описанию

$\mathbf{x}_*$  производится по величине проекции  $\gamma(\mathbf{x}_*) = \frac{(\mathbf{w}\mathbf{x}_*)}{|\mathbf{w}|}$

помощью простого порогового правила

При  $\gamma(\mathbf{x}_*) \geq b$  объект  $s_*$  относится к классу  $K_1$  и  $s_*$  относится к классу  $K_2$  в противном случае.

# Линейный дискриминант Фишера

Граничный параметр  $b$  подбирается по обучающей выборке таким образом, чтобы проекции объектов разных классов на оптимальное направление  $\mathbf{w}$  оказались бы максимально разделёнными. Простой, но эффективной, стратегией является выбор в качестве порогового параметра  $b$  средней проекции объектов обучающей выборки на  $\mathbf{w}$ .

# Линейный дискриминант Фишера

Метод ЛДФ легко обобщается на случай с несколькими классами.

При этом исходная задача распознавания классов  $K_1, \dots, K_L$  сводится к последовательности задач с двумя классами  $K'_1$  и  $K'_2$  :

Зад. 1. Класс  $K'_1 = K_1$  , класс  $K'_2 = \Omega \setminus K_1$

.....  
Зад. L. Класс  $K'_1 = K_L$  , класс  $K'_2 = \Omega \setminus K_L$

Для каждой из L задач ищется оптимальное направление и пороговое правило.

# Линейный дискриминант Фишера

В результате получается набор из  $L$  направлений  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_L$

При распознавании нового объекта  $\mathbf{s}_*$  по признаковому описанию  $\mathbf{x}_*$  вычисляются проекции на  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_L$

$$\gamma_1(\mathbf{x}_*) = \frac{(\mathbf{w}_1 \mathbf{x}_*^t)}{|\mathbf{w}_1|}, \dots, \gamma_L(\mathbf{x}_*) = \frac{(\mathbf{w}_L \mathbf{x}_*^t)}{|\mathbf{w}_L|}$$

Распознаваемый объект относится к тому классу,

соответствующему максимальной величине проекции.

Распознавание может производиться также по величинам

$$[\gamma_1(\mathbf{x}_*) - b_1], \dots, [\gamma_L(\mathbf{x}_*) - b_L]$$



# Логистическая регрессия

Целью логистической регрессии является аппроксимация плотности условных вероятностей классов в точках признакового пространства. При этом аппроксимация производится с использованием логистической функции.

$$g(z) = \frac{e^z}{e^z + 1} = \frac{1}{e^{-z} + 1}$$



Рис. 1

# Логистическая регрессия

В методе логистическая регрессия связь условной вероятности класса  $K$  с прогностическими признаками осуществляются через переменную  $z$ , которая задаётся как линейная комбинация признаков:

$$z = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n$$

Таким образом условная вероятность  $K$  в точке векторного пространства  $\mathbf{x}_* = (x_{*1}, \dots, x_{*n})$  задаётся в виде

$$\mathbf{P}(K | \mathbf{x}) = \frac{1}{e^{-\beta_0 - \beta_1 x_{*1} - \dots - \beta_n x_{*n}} + 1} = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_n x_{*n}}}{e^{\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_n x_{*n}} + 1} \quad (1)$$

# Логистическая регрессия

Оценки регрессионных параметров  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$  могут быть вычислены по обучающей выборке с помощью различных вариантов метода максимального правдоподобия. Предположим, что объекты обучающей выборки сосредоточены в точках признакового пространства  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_r\}$ . При этом распределение объектов обучающей выборка по точкам задаётся с помощью набора пар  $\{(m_1, k_1), \dots, (m_r, k_r)\}$ , где  $m_i$  - общее число объектов в точке  $\mathbf{x}_i$ ,  $k_i$  - число объектов класса  $K$  в точке  $\mathbf{x}_i$ .

# Логистическая регрессия

Вероятность данной конфигурации подчиняется распределению

Бернулли. Введём обозначение  $p(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(K | \mathbf{x})$ . Функция

правдоподобия может быть записана в виде

$$L(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^r C_{m_i}^{k_i} [p(\mathbf{x})]^{k_i} [1 - p(\mathbf{x})]^{m_i - k_i}$$

$$\frac{p(\mathbf{x})}{1 - p(\mathbf{x})} = e^{\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n}}$$

Принимая во внимание что

$$1 - p(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n}}}$$

# Логистическая регрессия

- Получаем

$$L(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^r C_{n_i}^{k_i} e^{k_i(\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n})} \left( \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n}}} \right)^{m_i}$$

$$\begin{aligned} \ln L(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^r \ln(C_{n_i}^{k_i}) + \sum_{i=1}^r k_i(\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n}) + \\ &+ \sum_{i=1}^r m_i \ln \{ 1 / [1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 x_{*1} + \dots + \beta_1 x_{*n})}] \} \end{aligned}$$

# Метод k-ближайших соседей

- Простым, но достаточно эффективным подходом к решению задач распознавания является метод k-ближайших соседей. Оценка условных вероятностей  $\mathbf{P}(K_i | \mathbf{x})$  ведётся по ближайшей окрестности  $V_k$  точки  $\mathbf{x}$ , содержащей k признаков описаний объектов обучающей выборки. В качестве оценки  $\mathbf{P}(K_i | \mathbf{x})$  выступает отношение  $\frac{k_i}{k}$ , где  $k_i$  - число признаков описаний объектов обучающей выборки из  $K_i$  внутри  $V_k$ .

# Метод k-ближайших соседей

Окрестность  $V_k$  задаётся с помощью функции расстояния

$\rho(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')$  заданной на декартовом произведении  $\tilde{\mathbf{X}} \times \tilde{\mathbf{X}}$ ,

где  $\tilde{\mathbf{X}}$  - область допустимых значений признаков

описаний. В качестве функции расстояния может быть

использована стандартная евклидова метрика

$$\rho_e(\mathbf{x}', \mathbf{x}'') = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} (x'_i - x''_i)^2}$$

# Метод k-ближайших соседей

Для задач с бинарными признаками в качестве функции расстояния может быть использована метрика Хэмминга, равная числу совпадающих позиций в двух сравниваемых признакововых описаниях.

Окрестность  $V_k$  ищется путём поиска в обучающей выборке  $k$  векторных описаний, ближайших в смысле выбранной функции расстояний, к описанию  $\mathbf{x}^*$  распознаваемого объекта  $s^*$ .



# Метод k-ближайших соседей

Единственным параметром, который может быть использован для настройки (обучения) алгоритмов в методе k-ближайших соседей является собственно само число ближайших соседей.

Для оптимизации параметра  $k$  обычно используется метод, основанный на скользящем контроле. Оценка точности распознавания производится по обучающей выборке при различных  $k$  и выбирается значение данного параметра, при котором полученная точность максимальна.

# Распознавание при заданной точности распознавания некоторых классов

- Байесовский классификатор обеспечивает максимальную общую точность распознавания. Однако при решении конкретных практических задач потери, связанные с неправильной классификацией объектов, принадлежащих к одному из классов, значительно превышают потери, связанные с неправильной классификацией объектов других классов. Для оптимизации потерь необходимо использование методов распознавания с учётом предпочтительной точности распознавания для некоторых классов.

# Распознавание при заданной точности распознавания некоторых классов

Одним из возможных подходов является фиксирование порога для точности распознавания одного из классов.

Оптимальное решающее правило в задаче распознавания с двумя классами  $K_1$  и  $K_2$ , обеспечивающее максимальную точность распознавания  $K_2$  при фиксированной точности распознавания  $K_1$ , описывается критерием Неймана-Пирсона.

# Распознавание при заданной точности для некоторых классов

Критерий Неймана-Пирсона

Максимальная точность распознавания  $K_2$  при точности распознавания  $K_1$  равной  $\alpha$  обеспечивается

правилом: Объект с описанием  $\mathbf{x}$  относится в класс  $K_1$ ,

если  $\mathbf{P}(K_1 | \mathbf{x}) \geq \eta \mathbf{P}(K_2 | \mathbf{x})$ , где параметр  $\eta$

определяется из условия  $\int_{\Theta} \mathbf{P}(K_1 | \mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \alpha$ , а

$$\Theta = \{\mathbf{x} | \mathbf{P}(K_1 | \mathbf{x}) \geq \eta \mathbf{P}(K_2 | \mathbf{x})\}$$

$f(\mathbf{x})$  - плотность распределения  $K_2 \cup K_1$  в точке  $\mathbf{x}$

# Распознавание при заданной точности для отдельных классов

Критерий Неймана-Пирсона может быть использован, если известны плотности распределения распознаваемых классов. Плотности могут быть восстановлены в рамках Байесовских методов обучения на основе гипотез о виде распределений.

Однако существуют эффективные средства регулирования точности распознавания при предпочтительности одного из классов, которые не требуют гипотез о виде распределения.

# Распознавание при заданной точности для отдельных классов

Данные средства основаны на структуре распознающего алгоритма.

Каждый алгоритма распознавания классов

$K_1, \dots, K_L$  может быть представлен как последовательное выполнение распознающего оператора  $R$  и решающего правила  $C$ :  $A = R \otimes C$

Оператор оценок вычисляет для распознаваемого объекта  $s$  вещественные оценки за классы  $K_1, \dots, K_L$ :

$$\{\gamma(s)_1, \dots, \gamma(s)_L\}$$

# Распознавание при заданной точности для отдельных классов

Решающее правило  $C$  производит отнесение объекта  $s$  по вектору оценок  $\{\gamma_1(s), \dots, \gamma_L(s)\}$  к одному из классов.

Распространённым решающим правилом является простая процедура, относящая объект в тот класс, оценка за который максимальна.

В случае распознавания двух классов  $K_1$  и  $K_2$  распознаваемый объект  $s_*$  будет отнесён к классу  $K_1$ , если  $\gamma_1(s) - \gamma_2(s) \geq 0$  и к классу  $K_2$  в противном случае.

# Распознавание при заданной точности для отдельных классов

Назовём приведённое выше правило правилом  $C(0)$ . Однако точность распознавания правила  $C(0)$  может оказаться слишком низкой для того, чтобы обеспечить требуемую величину потерь, связанных с неправильной классификацией объектов, на самом деле принадлежащих классу  $K_1$ . Для достижения необходимой величины потерь может быть использовано пороговое решающее правило  $C(\delta)$



# ROC анализ

$C(\delta)$ : распознаваемый объект  $s_*$  будет отнесён к классу  $K_1$ ,  
если  $\gamma_1(s) - \gamma_2(s) \geq \delta$  и классу  $K_2$  в противном случае.

Обозначим через  $p_{ci}(\delta, s_*)$  вероятность правильной  
классификации правилом  $C(\delta)$  объекта  $s_*$ , на самом  
деле принадлежащего  $K_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ ,

При  $\delta < 0$   $p_{c1}(\delta, s_*) \geq p_{c1}(0, s_*)$ , но  $p_{c2}(\delta, s_*) \leq p_{c2}(0, s_*)$

Уменьшая  $\delta$ , мы увеличиваем  $p_{c1}(\delta, s_*)$  и уменьшаем  
 $p_{c2}(\delta, s_*)$ . Напротив, увеличивая  $\delta$ , мы уменьшаем

$p_{c1}(\delta, s_*)$  и увеличиваем  $p_{c2}(\delta, s_*)$ .

# ROC анализ

Зависимость между  $p_{c_2}(\delta, s_*)$  и  $p_{c_1}(\delta, s_*)$  может быть приближённо восстановлена по обучающей выборке  $\tilde{S}_t$ , включающей описания объектов  $\{s_1, \dots, s_m\}$

Пусть  $\begin{pmatrix} \gamma_1(s_1) \dots \gamma_1(s_m) \\ \gamma_2(s_1) \dots \gamma_2(s_m) \end{pmatrix}$  - матрица оценок за классы объектов  $\tilde{S}_t$ ,

$$[\gamma(s_1) = \gamma_1(s_1) - \gamma_2(s_1), \dots, \gamma(s_m) = \gamma_1(s_m) - \gamma_2(s_m)]$$

# ROC анализ

Предположим, что величины  $[\gamma(s_1), \dots, \gamma(s_m)]$  принимают  $r$  значений  $(\Gamma_1, \dots, \Gamma_r)$ . Рассмотрим  $r$  пороговых решающих правил  $[C(\Gamma_1), \dots, C(\Gamma_r)]$ . Для каждого из правил  $C(\Gamma_i)$  вычислим  $\nu_{c1}(\Gamma_i)$  - долю  $K_1$  среди объектов обучающей выборки, удовлетворяющих условию  $\gamma(s_*) \geq \Gamma_i$ , и  $\nu_{c2}(\Gamma_i)$  - долю  $K_2$  среди объектов обучающей выборки, удовлетворяющих условию  $\gamma(s_*) < \Gamma_i$ . Отообразим результаты расчётов  $\{[\nu_{c1}(\Gamma_1), \nu_{c2}(\Gamma_1)], \dots, [\nu_{c1}(\Gamma_r), \nu_{c2}(\Gamma_r)]\}$  как точки на в декартовой системе координат.

# ROC анализ

Соединив точки отрезками прямых, получим ломаную линию (I), соединяющую точки (1,0) и (0,1). Данная линия графически отображает аппроксимацию по обучающей выборке взаимозависимости между  $p_{c1}(\delta, s_*)$  и  $p_{c2}(\delta, s_*)$  при всевозможных значениях  $\delta$ . Соответствующий пример представлен на рисунке 2. Взаимозависимость между  $v_{c1}$  и  $v_{c2}$  наиболее полно оценивает эффективность распознающего оператора  $R$ . Отметим, что  $v_{c2}$  постепенно убывает по мере роста  $v_{c1}$ .

# ROC анализ

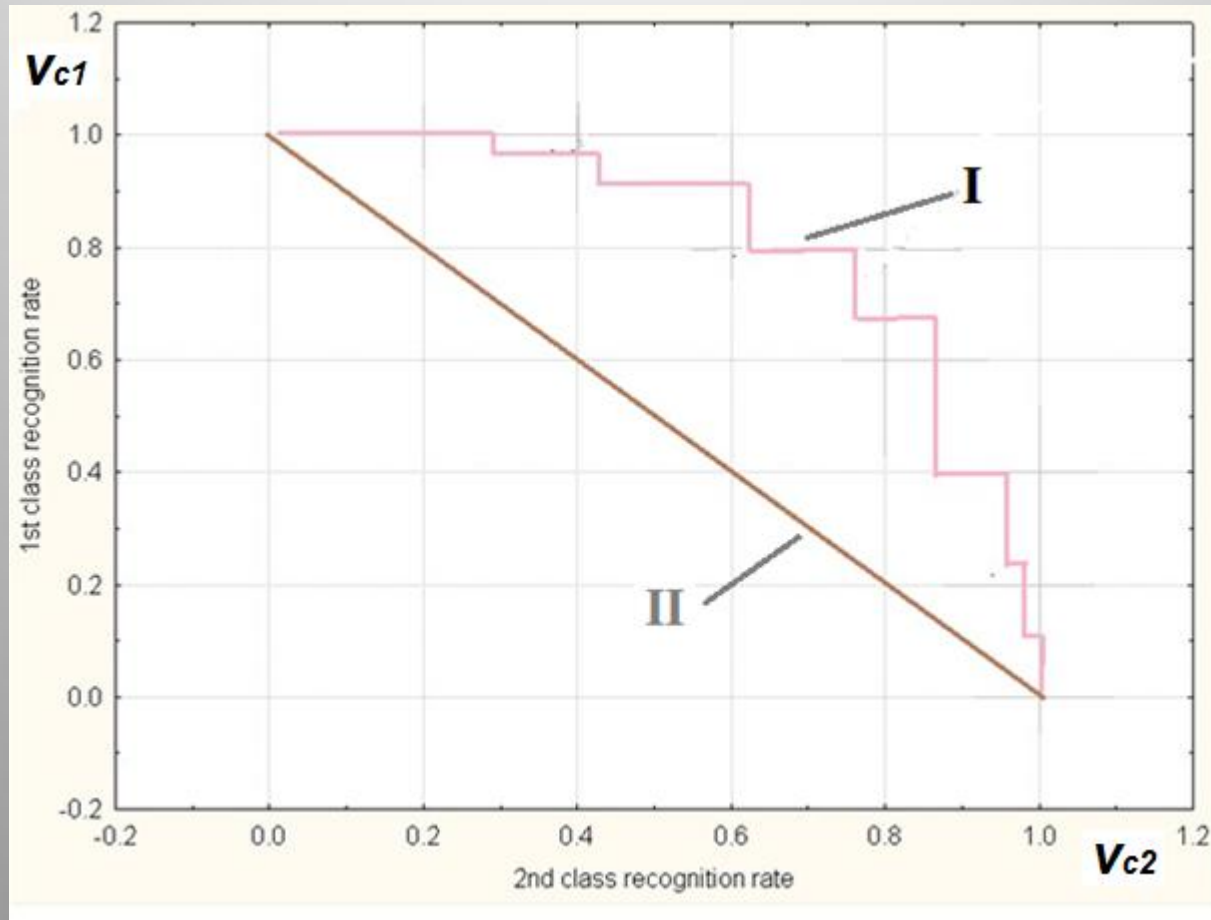


Рис. 2

# ROC анализ

Однако сохранение высокого значения  $V_{c2}$  при высоких значениях  $V_{c1}$  соответствует существованию решающего правила, при котором точность распознавания обоих классов высока. Таким образом эффективному распознающему оператору соответствует близость линии I к прямой, связывающей точки (0,1) и (1,1). То есть наиболее высокой эффективности соответствует максимально большая площадь под линией I. Отсутствию распознающей способности соответствует близость к прямой II, связывающей точки (0, 1) и (1,0)

# ROC анализ

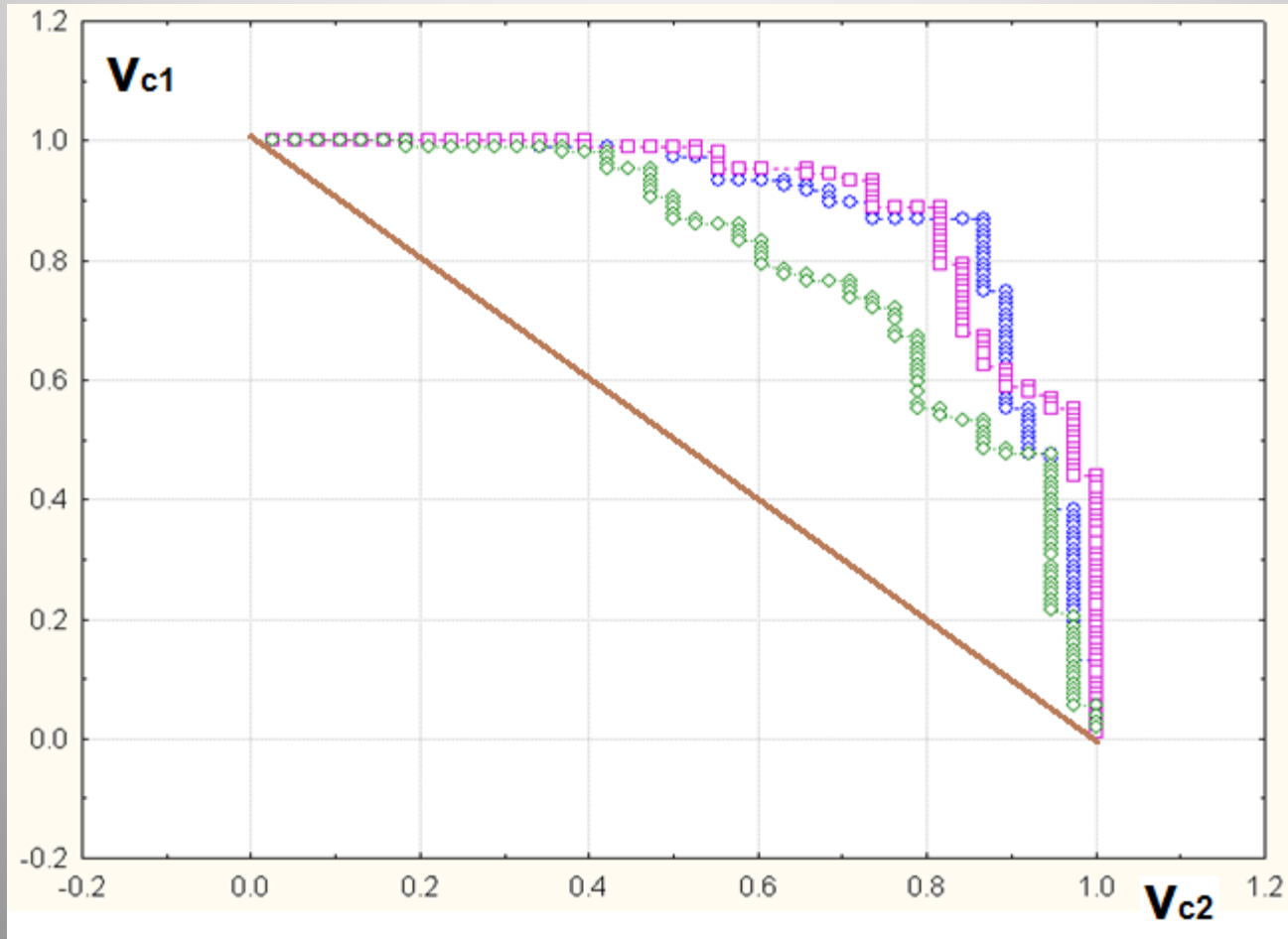


Рис. 3

# ROC анализ

- На рисунке 3 сравниваются линии, характеризующие эффективность распознающих операторов, принадлежащих к трём методам распознавания, при решении задачи распознавания двух видов аутизма по психометрическим показателям .



Линейный дискриминант Фишера;



Метод опорных векторов



Статистически взвешенные синдромы



# ROC анализ

Методы распознавания используются при решении многих задач идентификации объектов, представляющих важность для пользователя. Эффективность идентификации для таких задач удобно описывать в терминах:

«**Чувствительность**» - доля правильно распознанных объектов целевого класса

«**Ложная тревога**» - доля объектов нецелевого класса ошибочно отнесённых в целевой класс.

Пример кривой, связывающей параметры «Чувствительность» и «Ложная тревога» представлен на рисунке 4.

# ROC анализ

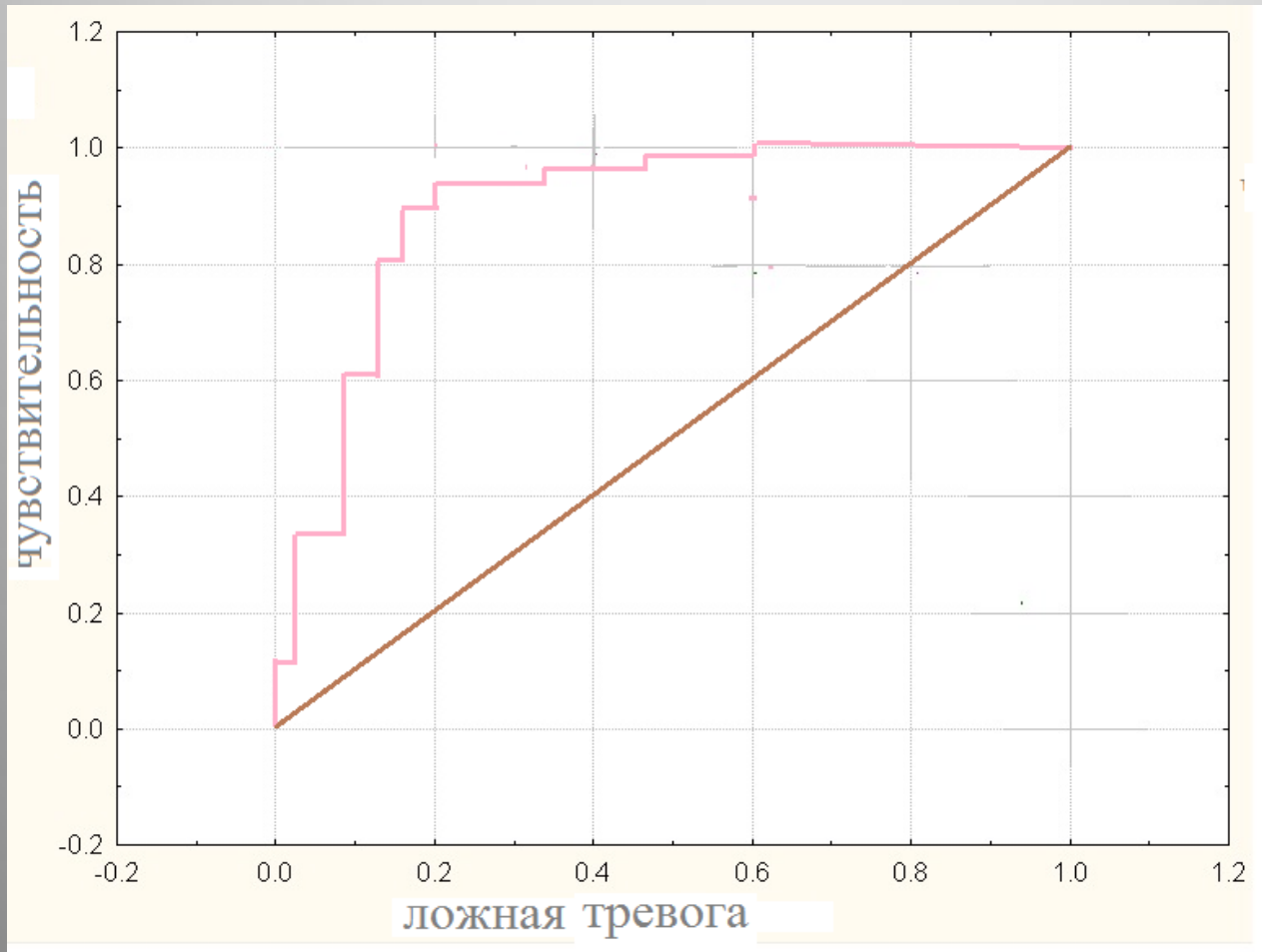


Рис. 4

# ROC анализ

Анализ, основанный на построении и анализе линий, связывающих параметры «Чувствительность» и «Ложная тревога» принято называть анализом Receiver Operating Characteristic или ROC-анализом.

Линии, связывающих параметры «Чувствительность» и «Ложная тревога» принято называть **ROC-кривыми**.