

# Вероятностные тематические модели

## Лекция 3. Модальности, иерархии и тематический поиск

К. В. Воронцов

[k.vorontsov@iai.msu.ru](mailto:k.vorontsov@iai.msu.ru)

Этот курс доступен на странице вики-ресурса

<http://www.MachineLearning.ru/wiki>

«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

## 1 Модальности и тематические иерархии

- Мультимодальные тематические модели
- Регуляризаторы для разделения тем на подтемы
- Эксперименты с иерархическими моделями

## 2 Эксперименты с тематическим поиском

- Методика измерения качества поиска
- Тематическая модель для документного поиска
- Оптимизация гиперпараметров

## 3 Проект «Мастерская знаний»

- Концепция «мастерской знаний»
- Тематические подборки документов
- Тематические модели для научного поиска

## Напоминание. Задача тематического моделирования

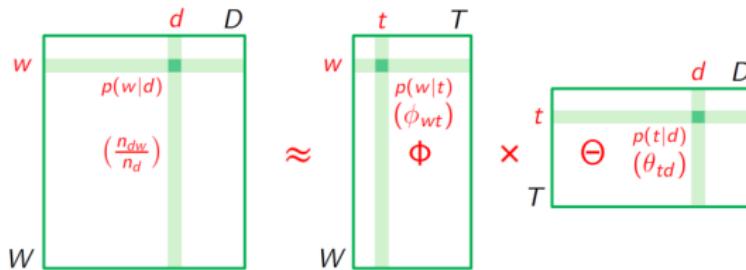
**Дано:** коллекция текстовых документов,  $p(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Вероятностная тематическая модель:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$$

**Найти:** параметры модели  $\phi_{wt} = p(w|t)$ ,  $\theta_{td} = p(t|d)$

Это задача стохастического матричного разложения:



Hofmann T. Probabilistic Latent Semantic Indexing. ACM SIGIR, 1999.

Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. NIPS-2001. JMLR 2003.

## Напоминание. ARTM — аддитивная регуляризация

Максимизация  $\log$  правдоподобия с регуляризатором  $R$ :

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

E-шаг:  $p_{tdw} \equiv p(t|d, w) = \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td})$

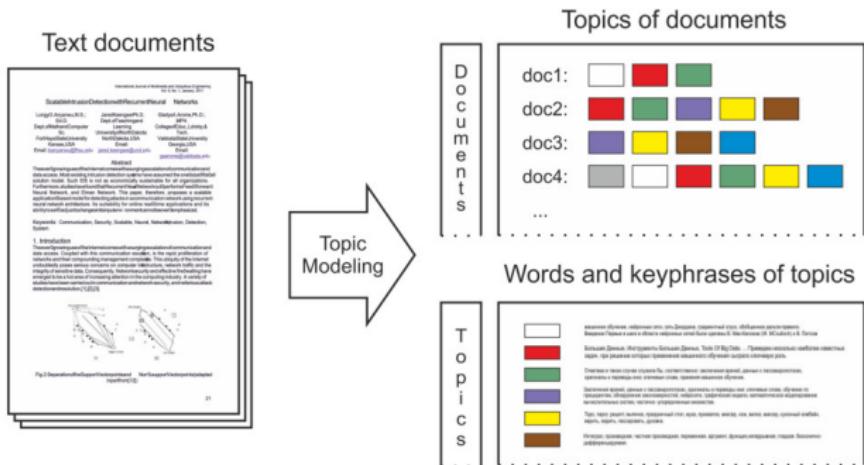
M-шаг: 
$$\begin{cases} \phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left( n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right), & n_{wt} = \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} \\ \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left( n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right), & n_{td} = \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

где  $\text{norm}_{t \in T}(x_t) = \frac{\max\{x_t, 0\}}{\sum_{s \in T} \max\{x_s, 0\}}$  — операция нормирования вектора.

Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН, 2014.

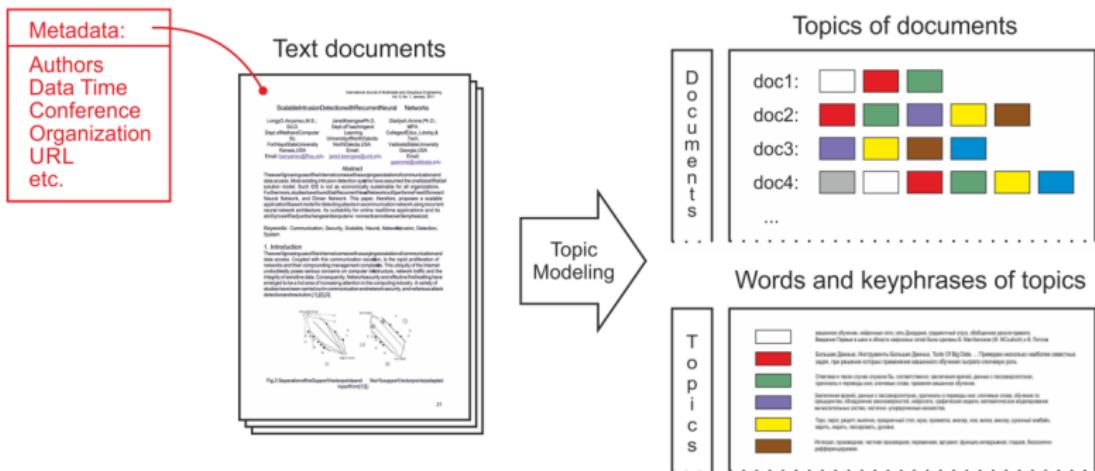
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(\text{n-грамма}|t)$ ,



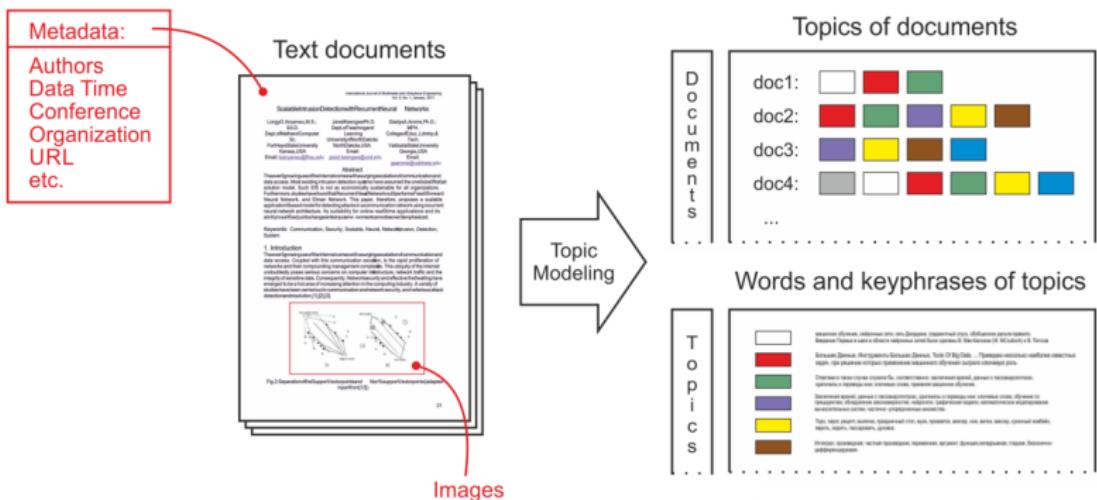
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,



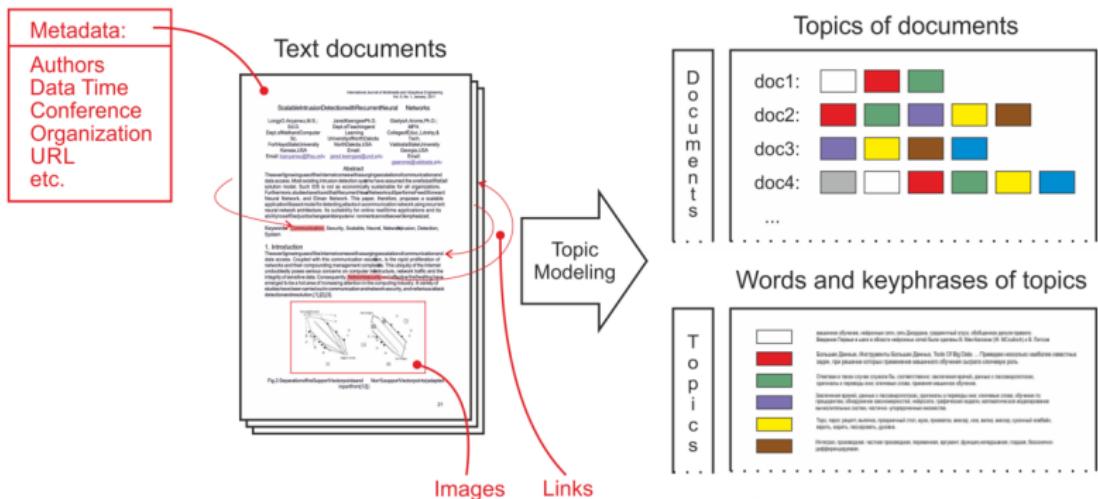
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,  
 $p(\text{объект}|t)$ ,



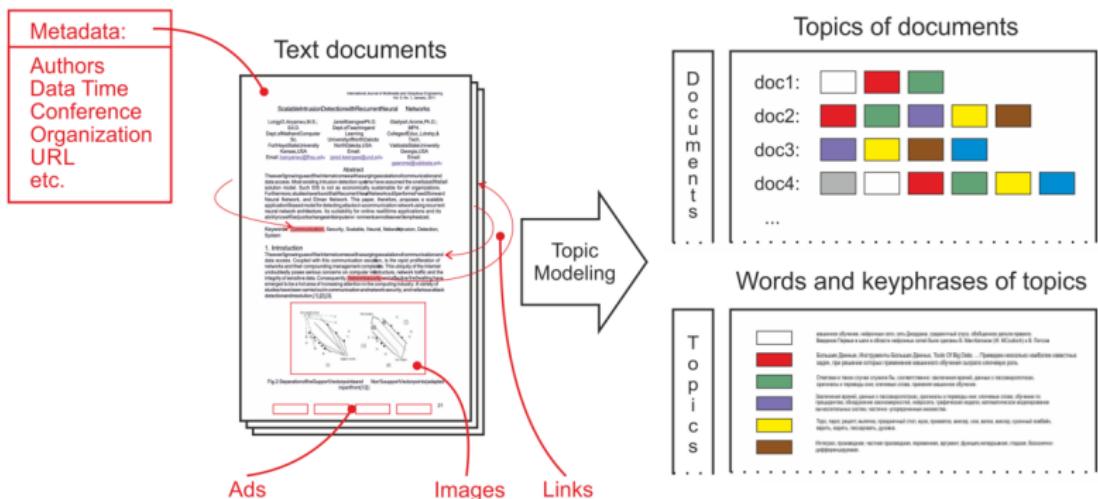
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,  
 $p(\text{объект}|t)$ ,  $p(\text{ссылка}|t)$ ,



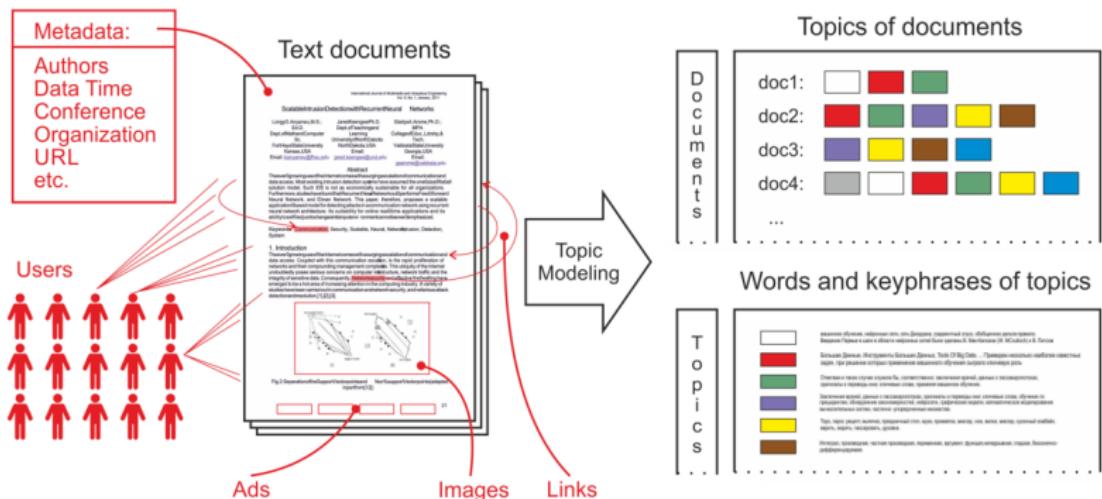
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,  
 $p(\text{объект}|t)$ ,  $p(\text{ссылка}|t)$ ,  $p(\text{баннер}|t)$ ,



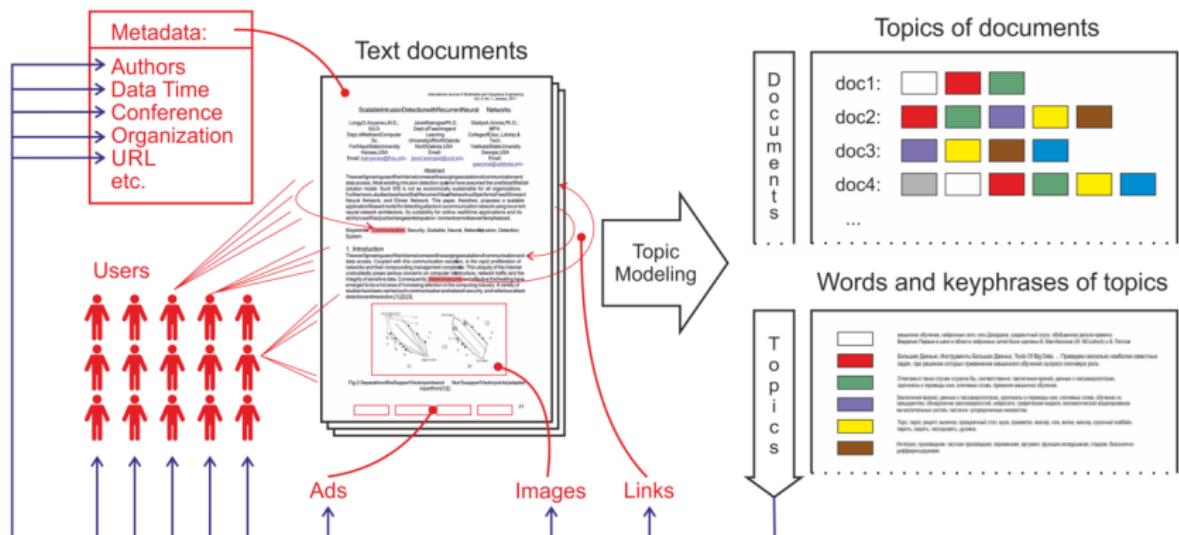
## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,  
 $p(\text{объект}|t)$ ,  $p(\text{ссылка}|t)$ ,  $p(\text{баннер}|t)$ ,  $p(\text{пользователь}|t)$



## Мультимодальная тематическая модель

Тема может порождать термы различных модальностей:  
 $p(\text{слово}|t)$ ,  $p(n\text{-граммма}|t)$ ,  $p(\text{автор}|t)$ ,  $p(\text{время}|t)$ ,  $p(\text{источник}|t)$ ,  
 $p(\text{объект}|t)$ ,  $p(\text{ссылка}|t)$ ,  $p(\text{баннер}|t)$ ,  $p(\text{пользователь}|t)$



## Напоминание. Мультимодальная ARTM

$W_m$  — словарь термов  $m$ -й модальности,  $m \in M$

Максимизация суммы log-правдоподобий с регуляризацией:

$$\sum_{m \in M} \tau_m \sum_{d \in D} \sum_{w \in W^m} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

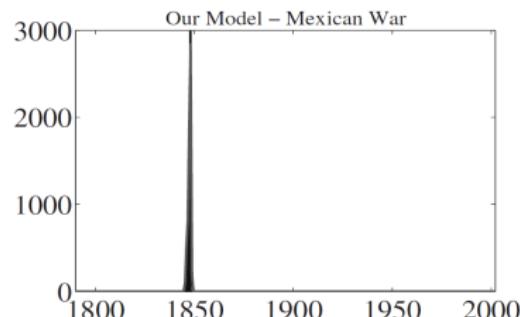
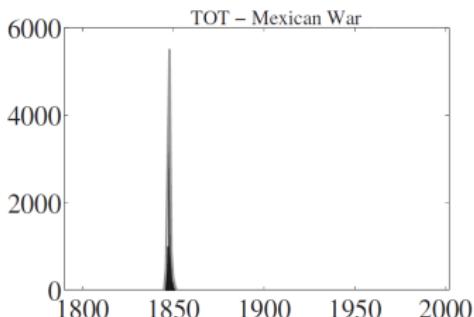
E-шаг:  $p_{tdw} = \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt} \theta_{td})$

M-шаг: 
$$\begin{cases} \phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W^m} \left( \sum_{d \in D} \tau_{m(w)} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right) \\ \theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left( \sum_{w \in d} \tau_{m(w)} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right) \end{cases}$$

K. Vorontsov, O. Frei, M. Apishev et al. Non-Bayesian additive regularization for multimodal topic modeling of large collections. CIKM TM workshop, 2015.

## Пример. Использование модальностей времени и $n$ -грамм

### По коллекции выступлений президентов США

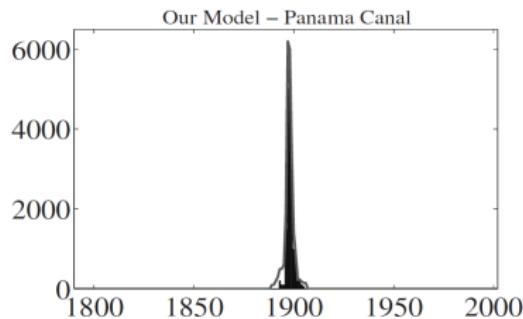
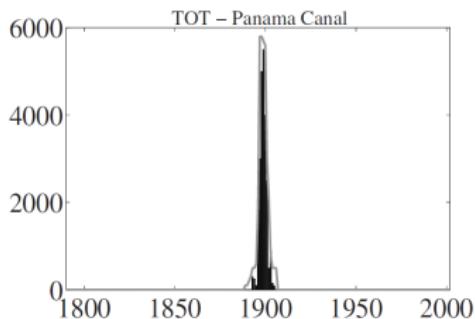


1. mexico	8. territory
2. texas	9. army
3. war	10. peace
4. mexican	11. act
5. united	12. policy
6. country	13. foreign
7. government	14. citizens

1. east bank	8. military
2. american coins	9. general herrera
3. mexican flag	10. foreign coin
4. separate independent	11. military usurper
5. american commonwealth	12. mexican treasury
6. mexican population	13. invaded texas
7. texan troops	14. veteran troops

## Пример. Использование модальностей времени и $n$ -грамм

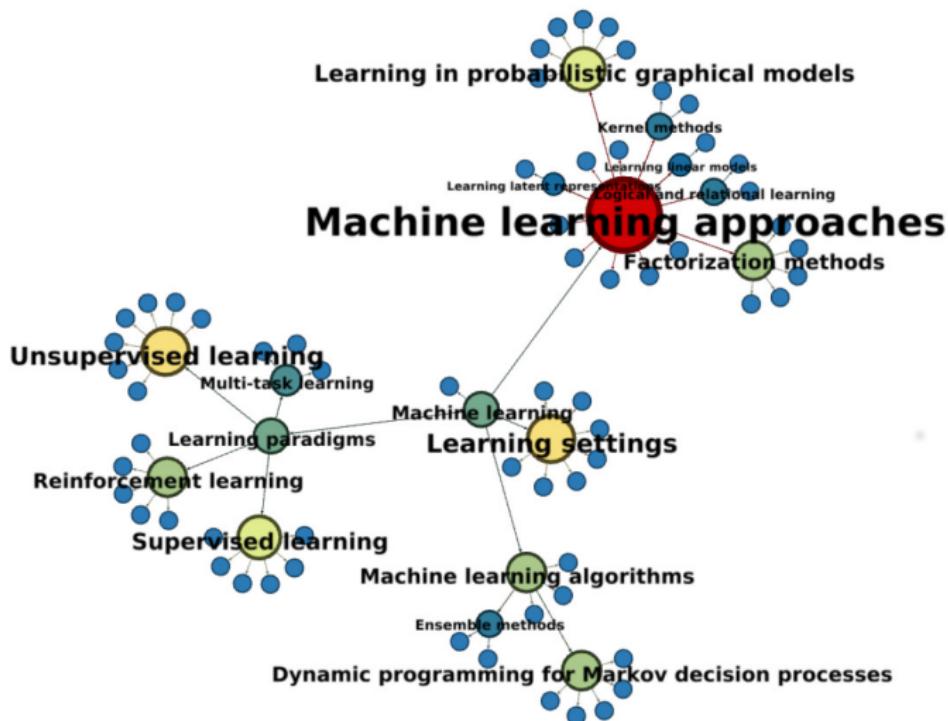
### По коллекции выступлений президентов США



1. government	8. spanish
2. cuba	9. island
3. islands	10. act
4. international	11. commission
5. powers	12. officers
6. gold	13. spain
7. action	14. rico

1. panama canal	8. united states senate
2. isthmian canal	9. french canal company
3. isthmus panama	10. caribbean sea
4. republic panama	11. panama canal bonds
5. united states government	12. panama
6. united states	13. american control
7. state panama	14. canal

## Пример древовидной тематической иерархии



G.Bordea. Domain adaptive extraction of topical hierarchies for expertise mining. 2013.

## Пример тематической иерархии с именованием тем

Тексты научно-просветительского ресурса Postnauka.ru:  
2976 документов, 43196 слов, 1799 тегов



---

Chirkova N.A., Vorontsov K.V. Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.

Belyy A.V., Seleznova M.S., Sholokhov A.K., Vorontsov K.V. Quality Evaluation and Improvement for Hierarchical Topic Modeling. Dialogue 2018.

Иерархический спектр тем (коллекция postnauka.ru)



## Построение спектра тем. Постановка задачи

Тематический спектр — такая перестановка тем  $t_1, \dots, t_{|T|}$ , что сумма расстояний между соседними темами минимальна:

$$\sum_{i=2}^{|T|} \rho(t_i, t_{i-1}) \rightarrow \min$$

Функция расстояния  $\rho(t, t')$  между темами, примеры:

- Манхэттенское:  $\rho(t, t') = \sum_{w \in W} |\phi_{wt} - \phi_{wt'}|$
- Хеллингера:  $\rho^2(t, t') = \frac{1}{2} \sum_{w \in W} (\sqrt{\phi_{wt}} - \sqrt{\phi_{wt'}})^2$
- Жаккара:  $\rho(t, t') = 1 - \frac{|W_t \cap W_{t'}|}{|W_t \cup W_{t'}|}, \quad W_t = \{w : \phi_{wt} > \frac{1}{|W|}\}$

## Построение спектра тем — это задача коммивояжёра

### Задача TSP (traveling salesman problem)

Найти путь минимальной суммарной стоимости, соединяющий  $T$  городов так, чтобы в каждом городе побывать один раз.

Алгоритм Лина–Кернигана в реализации Хельсгауна — лучший для решения задачи TSP, по данным *Encyclopedia of operations research* на 2013 год.

Вычислительная сложность  $T^{2.2}$ .

Другие алгоритмы оказались не только медленнее, но и хуже по качеству тематических спектров.

---

*Keld Helsgaun. An effective implementation of the Lin–Kernighan traveling salesman heuristic. EJOR, 2000.*

*Дмитрий Федоряка. Технология интерактивной визуализации тематических моделей. Бакалаврская диссертация. МФТИ, 2017.*

## Иерархические тематические модели

### Процесс построения иерархии тем:

- структура: дерево / **многодольный граф**
- направление: снизу вверх / **сверху вниз** / одновременно
- наращивание: поверхинное / **послойное**
- обучение: **без учителя** / по готовым рубрикаторам

### Открытые проблемы:

- “Despite recent activity in the field of HPTMs, determining the hierarchical model that best fits a given data set, in terms of the structure and size of the learned hierarchy, still remains a challenging task and an open issue.”
- “The evaluation of hierarchical PTMs is also an open issue.”

---

Zavitsanos E., Palioras G., Vouros G. A. Non-Parametric Estimation of Topic Hierarchies from Texts with Hierarchical Dirichlet Processes. 2011.

## Регуляризатор $\Phi$ : родительские темы как псевдо-документы

**Шаг 1.** Строим модель с небольшим числом тем

**Шаг k.** Пусть модель с множеством тем  $T$  уже построена.  
Строим множество дочерних тем  $S$  (subtopics),  $|S| > |T|$

Родительские темы приближаются смесями дочерних тем:

$$\sum_{t \in T} n_t \text{KL}_w \left( p(w|t) \middle\| \sum_{s \in S} p(w|s) \color{red}{p(s|t)} \right) \rightarrow \min_{\Phi, \Psi},$$

где  $\Psi = (\psi_{st})_{S \times T}$  — матрица связей,  $\color{red}{\psi_{st}} = p(s|t)$

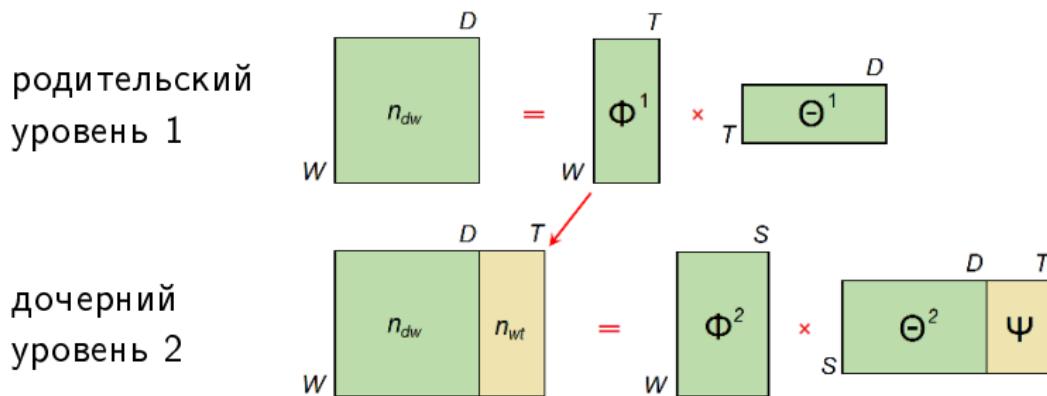
Родительская  $\Phi^P \approx \Phi\Psi$ , отсюда регуляризатор матрицы  $\Phi$ :

$$R(\Phi, \Psi) = \tau \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} n_{wt} \ln \sum_{s \in S} \phi_{ws} \color{red}{\psi_{st}} \rightarrow \max$$

Родительские темы  $t$  — «документы» с частотами термов  $n_{wt}$

## Регуляризатор $\Phi$ : построение второго уровня с подтемами $S$

Добавим в коллекцию  $|T|$  псевдо-документов родительских тем с частотами термов  $n_{wt} = \tau n_t \phi_{wt}$ ,  $t \in T$



Матрица связей тем с подтемами  $\Psi = (p(s|t))$  образуется в столбцах матрицы  $\Theta$ , соответствующих псевдо-документам.

---

Chirkova N.A., Vorontsov K.V. Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.

## Регуляризатор $\Theta$ : родительские темы как модальность

**Шаг 1.** Строим модель с небольшим числом тем

**Шаг k.** Пусть модель с множеством тем  $T$  уже построена.  
Строим множество дочерних тем  $S$  (subtopics),  $|S| > |T|$

Родительские темы приближаются смесями дочерних тем:

$$\sum_{d \in D} n_d \text{KL}_t \left( p(t|d) \parallel \sum_{s \in S} p(t|s)p(s|d) \right) \rightarrow \min_{\Theta, \Psi},$$

где  $\Psi = (\psi_{ts})_{T \times S}$  — (другая!) матрица связей,  $\psi_{ts} = p(t|s)$

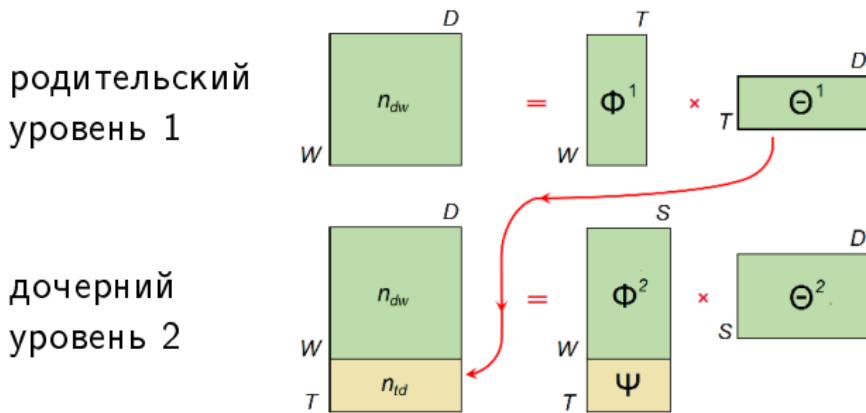
Родительская  $\Theta^P \approx \Psi\Theta$ , отсюда регуляризатор матрицы  $\Theta$ :

$$R(\Theta, \Psi) = \tau \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} n_{td} \ln \sum_{s \in S} \psi_{ts} \theta_{sd} \rightarrow \max$$

Родительские темы  $t$  — модальность с частотами термов  $n_{td}$

## Регуляризатор $\Theta$ : построение второго уровня с подтемами $S$

Добавим в каждый документ модальность родительских тем с частотами термов  $n_{td} = \tau n_d \theta_{td}$ ,  $t \in T$



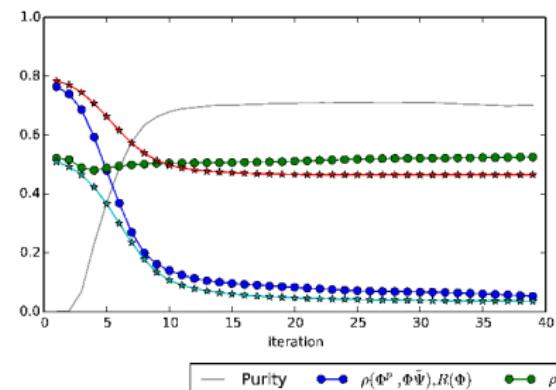
Матрица связей тем с подтемами  $\Psi = (p(t|s))$  образуется в строках матрицы  $\Phi$ , соответствующих родительским темам.

Chirkova N.A., Vorontsov K.V. Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.

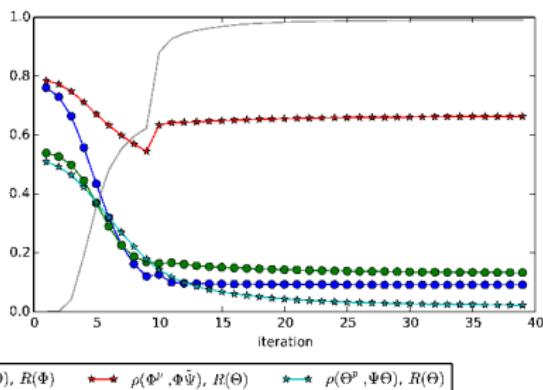
## Эксперимент на коллекции ММРО-ИОИ

Среднее расстояние Хеллингера  $\rho(\Phi^P, \tilde{\Psi})$  и  $\rho(\Theta^P, \Psi\Theta)$  для регуляризаторов  $R(\Phi)$  и  $R(\Theta)$  при переходе с уровня 1 на 2:

Разреживание  $\Phi$  с 1-й итерации



Разреживание  $\Phi$  с 10-й итерации



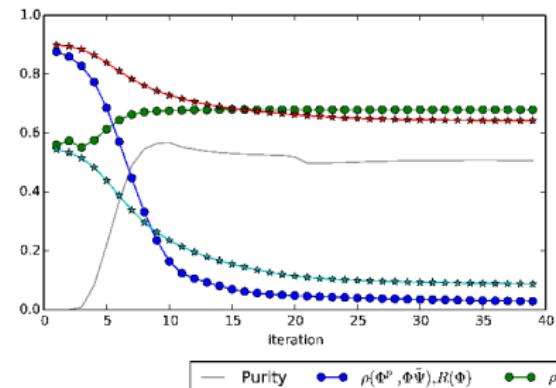
**Выводы.**  $R(\Theta)$  плохо приближает  $\Phi^P$ . При разреживании  $\Phi$  с 10-й итерации  $R(\Phi)$  хорошо приближает  $\Phi^P$  и  $\Theta^P$

Chirkova N. A., Vorontsov K. V. Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.

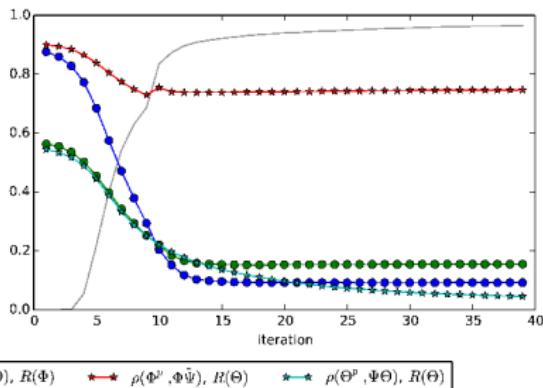
## Эксперимент на коллекции ММРО-ИОИ

Среднее расстояние Хеллингера  $\rho(\Phi^P, \tilde{\Psi})$  и  $\rho(\Theta^P, \Psi\Theta)$  для регуляризаторов  $R(\Phi)$  и  $R(\Theta)$  при переходе с уровня 2 на 3:

Разреживание  $\Phi$  с 1-й итерации



Разреживание  $\Phi$  с 10-й итерации



**Выводы.**  $R(\Theta)$  плохо приближает  $\Phi^P$ . При разреживании  $\Phi$  с 10-й итерации  $R(\Phi)$  хорошо приближает  $\Phi^P$  и  $\Theta^P$

Chirkova N. A., Vorontsov K. V. Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.

## Выводы

- $R(\Phi)$  лучше  $R(\Theta)$ , т.к. добавлять псевдо-документы удобнее, чем вставлять модальности в каждый документ
- $R(\Phi)$  хорошо приближает  $\Phi^P \approx \Phi\tilde{\Psi}$  и  $\Theta^P \approx \Psi\Theta$  при осторожном (с 10-й итерации) разреживании  $\Phi$
- $R(\Theta)$  приближает только  $\Theta^P \approx \Psi\Theta$
- сильное разреживание  $\psi_{ts} \in \{0, 1\}$  даёт иерархию-дерево
- нельзя допускать вырождения  $\psi_{ts} = p(t|s) \equiv 0$

## Трудные и/или открытые проблемы:

- тематические иерархии с ветвлением различной глубины
- автоматическое оценивание качества иерархии
- автоматическое именование подтем с учётом родительской
- определение типа документа по его следу в иерархии

## Иерархическая тематизация коллекции научных публикаций

След документа в глубокой тематической иерархии определяет его тип — степень специализации, назначение, аудиторию:



узко специализированный,  
для профессионалов



междисциплинарное исследование,  
для профессионалов



обзорный,  
для ознакомления с предметной областью



популярный или энциклопедический,  
для самообразования, расширения кругозора

## Две коллекции новостей про технологии

### Habrahabr.ru

175 143 статей на русском  
10 552 слов (униграммы)  
742 000 биграмм  
524 авторов статей  
10 000 авторов комментариев  
2546 тегов  
123 хаба (категории)

### TechCrunch.com

759 324 статей на английском  
11 523 слов (униграммы)  
1.2 млн. биграмм  
605 авторов  
184 категорий

## Предобработка текстов

- отброшены 5% наиболее частотных слов (общая лексика)
- удалена пунктуация, ё→е, лемматизация pymorphy2

---

Анастасия Янина. Тематические и нейросетевые модели языка для разведочного информационного поиска. Диссертация к.ф.-м.н., МФТИ. 2022.

# Методика оценивания качества разведочного поиска

## Поисковый запрос

набор ключевых слов или фрагментов текста, около одной страницы А4

## Поисковая выдача

документы  $d$  с распределением  $p(t|d)$ , близким к распределению  $p(t|q)$  запроса

## Два задания ассессорам

- 1 найти как можно больше статей, пользуясь любыми средствами поиска (и засечь время)
- 2 оценить релевантность поисковой выдачи на том же запросе

### Надзор МаркоНадзор

Надзор МаркоНадзор – программа школы (Бакинской) высшего распределения, написанной для большинства языков в рамках проекта [OpenSearch](#), представляющая собой набор Java-классов и исполнимых утилит для создания и обработки задачей на параллельной обработке.

Основные компоненты Надзор МаркоНадзор можно оформлять так:

- объекты высокого уровня: [Document](#), [Collection](#);
- автоматическое распознавание языков;
- обработка и сортировка изображений;
- автоматическая обработка отзывов высокопараллельных задач.

Надзор – подсистема программной платформы (Бакинской) построена распределенным принципом для масштабируемой обработки [\(раздел российской МФР\)](#) данных.

Надзор включает в себя следующие компоненты:

1. МФР – универсальная фреймворк система;
2. Надзор МаркоНадзор – программа школы (Бакинской) высшего распределения, написанной для большинства языков в рамках параллельной обработки.

Компания, выпускающая платформу Надзор МаркоНадзор и структуру МФР, стала причиной ряда успехов в самых компетенциях, в том числе и единение точки отмычка. Что, в конечном итоге, определило присуждение компании [Бобров](#) в целом К поисковым задачам отнести.

Стартование [наукоффорума](#) кластера Надзор: «НК» включившим ученых «ИК» параллельных языков.

Сниженная склонность [Бобров](#) к распределению написанных и концепций библиотек, реализующих распределенный алгоритм. Как следствие:

Отсутствие поддержки контент-нейтральных программных модулей написанных на языках высокого уровня. К Бобров Ч.О. предъявляются такие же жалобы, как и к остальным.

Наличие «привязки» тогого, откуда и, как следствия, невозможность использования в средах с высокими требованиями надежности;

Проблемы [версийности](#) совместности требование по единому времени обновления всех написанных язык контента при обновлении платформы Надзор (установке новой версии или пакета обновлений);

Пример запроса для разведочного поиска

## Пример: фрагмент запроса «Система IBM Watson»

IBM Watson — суперкомпьютер фирмы IBM, оснащённый вопросно-ответной системой искусственного интеллекта, созданный группой исследователей под руководством Дэвида Феруччи. Его создание — часть проекта DeepQA. Основная задача Уотсона — понимать вопросы, сформулированные на естественном языке, и находить на них ответы в базе данных. Назван в честь основателя IBM Томаса Уотсона.

IBM Watson представляет собой когнитивную систему, которая способна понимать, делать выводы и обучаться. Она также позволяет преобразовывать целые отрасли, различные направления науки и техники. Например, предсказывать появление эпидемий или возникновения очагов природных катастроф в различных регионах, вести мониторинг состояния атмосферы больших городов, оптимизировать бизнес-процессы, узнавать, какие товары будут в тренде в ближайшее время.

**Релевантные тексты:** примеры сервисов и приложений, основа которых — когнитивная платформа IBM Watson, используемые в IBM Watson технологии, вопрос-ответные системы, сопоставление IBM Watson с Wolfram-Alpha.

**Нерелевантные тексты:** общие вопросы искусственного интеллекта, другие коммерческие решения на рынке бизнес-аналитики.

## Тематика запросов разведочного поиска

Примеры заголовков разведочных запросов к Хабру  
(объём каждого запроса — около одной страницы А4):

Алгоритмы раскраски графов	Система IBM Watson
Рекомендательная система Netflix	3D-принтеры
Методики быстрого набора текста	CERN-клuster
Космические проекты Илона Маска	AB-тестирование
Технологии Hadoop MapReduce	Облачные сервисы
Беспилотный автомобиль Google car	Контекстная реклама
Крипtosистемы с открытым ключом	Марсоход Curiosity
Обзор платформ онлайн-курсов	Видеокарты NVIDIA
Data Science Meetups в Москве	Распознавание образов
Образовательные проекты mail.ru	Сервисы Google scholar
Межпланетная станция New horizons	MIT MediaLab Research
Языковая модель word2vec	Платформа Microsoft Azure

## Векторный поиск тематически близких документов

$\theta_{tq} = p(t|q)$  — тематический вектор запроса  $q$

$\theta_{td} = p(t|d)$  — тематические векторы документов  $d \in D$

Косинусная мера близости документа  $d$  и запроса  $q$ :

$$\text{sim}(q, d) = \frac{\sum_t \theta_{tq} \theta_{td}}{(\sum_t \theta_{tq}^2)^{1/2} (\sum_t \theta_{td}^2)^{1/2}}.$$

Ранжируем документы коллекции  $d \in D$  по убыванию  $\text{sim}(q, d)$   
Выдача тематического поиска —  $k$  первых документов.

Реализация: *векторный индекс* для быстрого поиска  
документов  $d$  по каждой из тем  $t$  запроса

---

A.Ianina, L.Golitsyn, K.Vorontsov. Multi-objective topic modeling for exploratory search in tech news. AINL, 2017.

A.Ianina, K.Vorontsov. Regularized multimodal hierarchical topic model for document-by-document exploratory search. FRUCT-ISMW, 2019.

## Оценивание качества поиска

Precision — доля релевантных среди найденных

Recall — доля найденных среди релевантных

$$P = \frac{TP}{TP + FP} \text{ — точность (precision)}$$

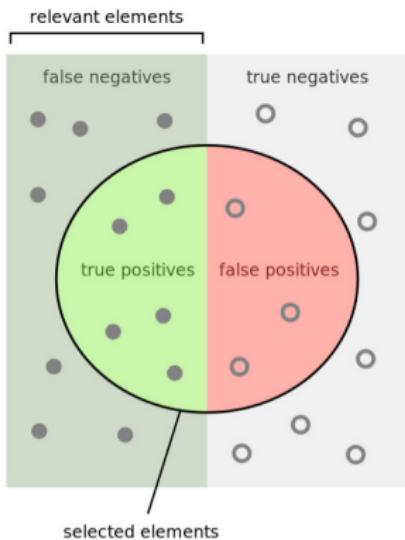
$$R = \frac{TP}{TP + FN} \text{ — полнота, (recall)}$$

$$F_1 = \frac{2PR}{P + R} \text{ — F1-мера}$$

TP (true positive) — найденные релевантные

FP (false positive) — найденные нерелевантные

FN (false negative) — ненайденные релевантные



$$\text{Precision} = \frac{\text{true positives}}{\text{true positives} + \text{false positives}}$$

$$\text{Recall} = \frac{\text{true positives}}{\text{true positives} + \text{false negatives}}$$

## Какие модели поиска сравнивались

- **assessors:** результаты поиска, выполненного ассессорами
- **TF-IDF, BM25:** сравнение документов по частотам слов
- **word2vec:** нетематические векторные представления слов
- **PLSA:** Probabilistic Latent Semantic Analysis (1999)
- **LDA:** Latent Dirichlet Allocation (2001)
- **ARTM:** тематическая модель с тремя регуляризаторами
- **hARTM:** иерархические модели ARTM 2x и 3x уровней

Задачи регуляризаторов в ARTM и hARTM:

- сделать темы как можно более различными
- сделать векторы  $p(t|d)$  как можно более разреженными
- не допустить вырожденности распределений  $p(w|t)$

## Стратегия регуляризации

Последовательное применение трёх регуляризаторов

- 1 декоррелирование тем:

$$R(\Phi) = -\tau \sum_{s,t \in T} \sum_{w \in W} \phi_{wt} \phi_{ws}$$

- 2 разреживание распределений  $p(t|d)$ :

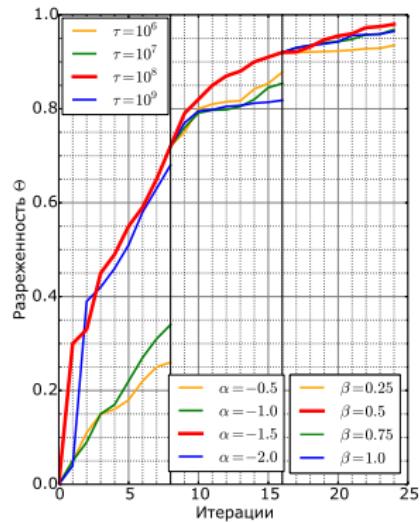
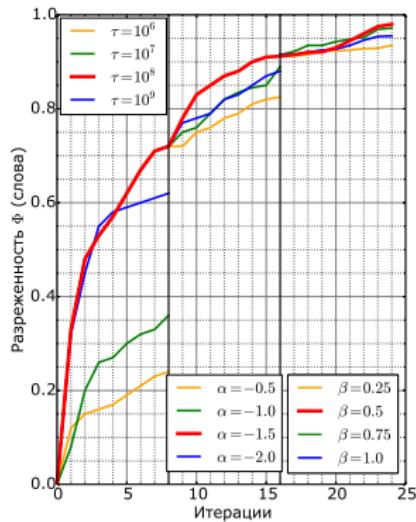
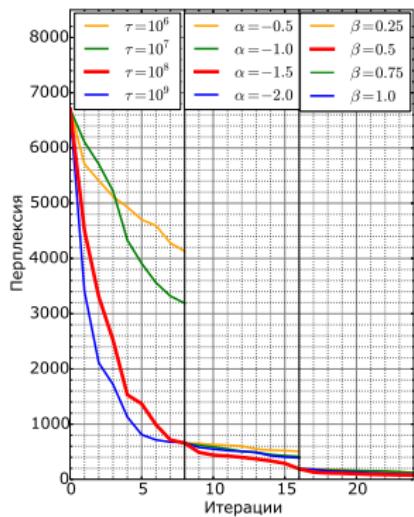
$$R(\Theta) = -\alpha \sum_{d,t} \ln \theta_{td}$$

- 3 сглаживание распределений  $p(w|t)$ :

$$R(\Phi) = \beta \sum_{t,w} \ln \phi_{wt}$$

# Последовательный подбор коэффициентов регуляризации

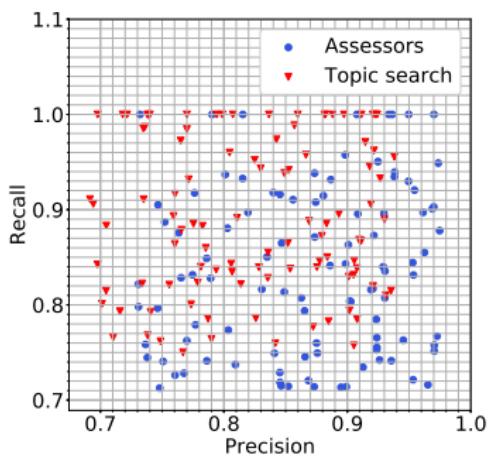
- декоррелирование распределений термов в темах ( $\tau$ ),
- разреживание распределений тем в документах ( $\alpha$ ),
- сглаживание распределений термов в темах ( $\beta$ ).



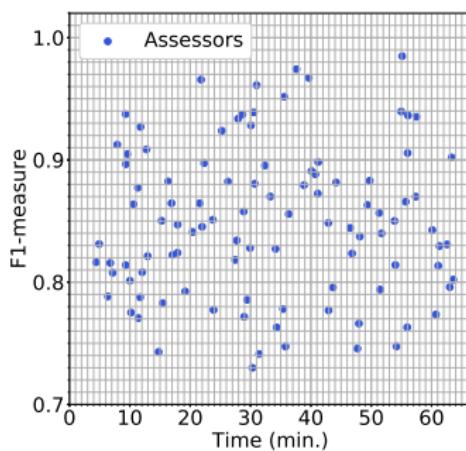
## Результаты измерения точности и полноты по запросам

100 запросов, 3 асессора на запрос

точность и полнота поиска



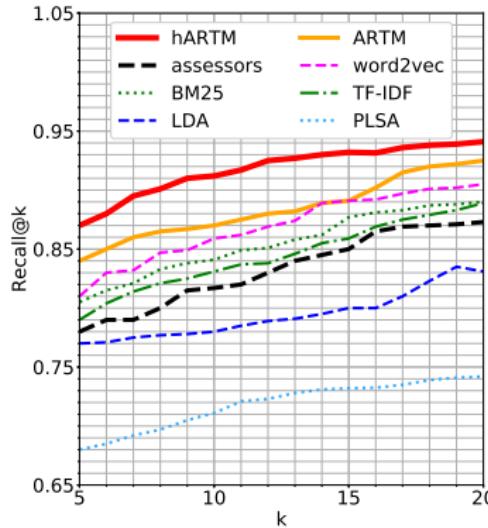
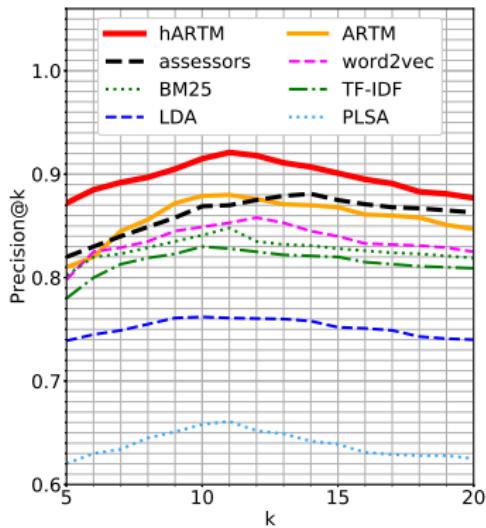
время и  $F_1$ -мера (асессоры)



- среднее время обработки запроса асессором — 30 минут
- точность выше у асессоров, полнота — у поисковика

## Сравнение с ассессорами по качеству поиска

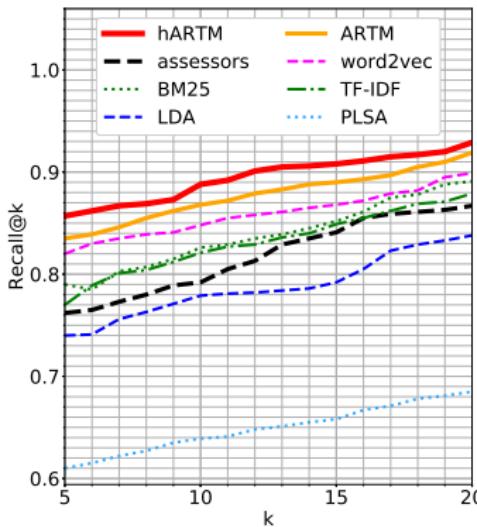
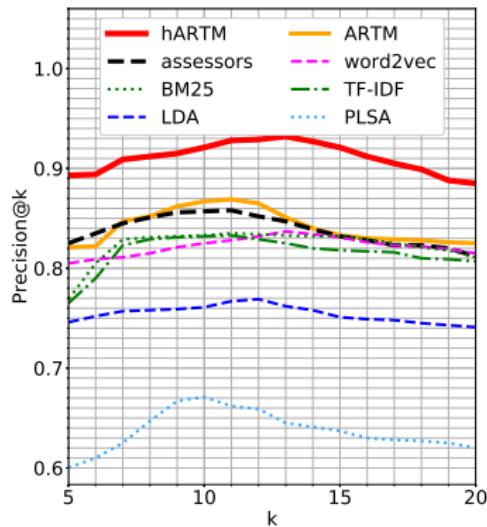
Точность и полнота по первым  $k$  позициям поисковой выдачи  
(коллекция Habrahabr.ru)



A.Ianina, K.Vorontsov. Regularized multimodal hierarchical topic model for document-by-document exploratory search. 2019.

## Сравнение с ассессорами по качеству поиска

Точность и полнота по первым  $k$  позициям поисковой выдачи  
(коллекция TechCrunch.com)



A.Ianina, K.Vorontsov. Regularized multimodal hierarchical topic model for document-by-document exploratory search. 2019.

## Влияние числа тем на качество поиска

Все регуляризаторы и модальности, **плоская модель**

	Habrahabr					TechCrunch						
	acecc	100	150	200	250	400	acecc	350	400	450	475	500
Pr@5	0.821	0.662	0.721	<b>0.810</b>	0.761	0.693	0.822	0.653	0.725	0.752	<b>0.819</b>	0.777
Pr@10	0.869	0.761	0.812	<b>0.879</b>	0.825	0.673	0.851	0.663	0.732	0.762	<b>0.867</b>	0.811
Pr@15	0.875	0.733	0.795	<b>0.868</b>	0.791	0.651	0.835	0.682	0.743	0.787	<b>0.833</b>	0.793
Pr@20	0.863	0.724	0.795	<b>0.847</b>	0.792	0.642	0.813	0.650	0.743	0.773	<b>0.825</b>	0.793
R@5	0.780	0.732	0.807	<b>0.840</b>	0.821	0.721	0.762	0.731	0.762	0.793	<b>0.835</b>	0.817
R@10	0.817	0.771	0.843	<b>0.870</b>	0.851	0.751	0.792	0.763	0.793	0.812	<b>0.868</b>	0.855
R@15	0.850	0.824	<b>0.895</b>	0.891	0.871	0.773	0.835	0.782	0.807	0.855	<b>0.890</b>	0.882
R@20	0.873	0.857	0.905	<b>0.925</b>	0.892	0.771	0.867	0.792	0.823	0.862	<b>0.919</b>	0.903

- существует оптимальное число тем
- чем больше коллекция, тем больше оптимум числа тем

## Влияние числа тем на качество поиска

**Habrahabr.** Все регуляризаторы и модальности, **два уровня**

$ T_1 $	20		25				30				
$ T_2 $	150	200	250	275	300	400	450				
Pr@5	0.621	0.742	0.839	0.850	0.865	<b>0.869</b>	<b>0.869</b>	0.803	0.769	0.701	0.670
Pr@10	0.645	0.749	0.850	0.861	0.879	<b>0.911</b>	0.895	0.809	0.796	0.719	0.689
Pr@15	0.635	0.751	0.848	0.869	0.873	<b>0.893</b>	0.887	0.807	0.781	0.721	0.701
Pr@20	0.630	0.745	0.841	0.855	0.864	0.874	<b>0.875</b>	0.800	0.775	0.709	0.675
R@5	0.628	0.773	0.843	0.865	0.881	<b>0.881</b>	0.868	0.849	0.839	0.715	0.691
R@10	0.652	0.782	0.855	0.871	0.902	<b>0.918</b>	0.877	0.871	0.845	0.745	0.699
R@15	0.671	0.801	0.870	0.889	0.929	<b>0.939</b>	0.901	0.883	0.861	0.781	0.722
R@20	0.680	0.819	0.886	0.892	<b>0.955</b>	<b>0.955</b>	0.907	0.901	0.872	0.801	0.729

- существует оптимальное число тем на каждом уровне
- два уровня лучше, чем один
- увеличивается оптимальное число тем на нижнем уровне

## Влияние числа тем на качество поиска

**Habrahabr.** Все регуляризаторы и модальности, **три уровня**

$ T_1 $	20		25				30				
$ T_2 $	150	200	250		275		300		400	450	
$ T_3 $	750	800	1200	1300	1300	1400	1500	1500	1600	3000	3500
Pr@5	0.625	0.743	0.840	0.852	0.869	0.872	0.870	0.805	0.771	0.705	0.672
Pr@10	0.648	0.754	0.851	0.867	0.882	0.915	0.901	0.811	0.799	0.722	0.694
Pr@15	0.632	0.752	0.850	0.872	0.878	0.895	0.889	0.809	0.785	0.729	0.703
Pr@20	0.629	0.745	0.845	0.861	0.871	0.877	0.882	0.803	0.778	0.710	0.681
R@5	0.632	0.780	0.845	0.869	0.883	0.889	0.872	0.851	0.841	0.721	0.695
R@10	0.654	0.792	0.859	0.873	0.905	0.922	0.881	0.873	0.850	0.749	0.703
R@15	0.675	0.805	0.874	0.892	0.932	0.942	0.905	0.889	0.863	0.787	0.725
R@20	0.684	0.824	0.889	0.901	0.958	0.961	0.912	0.904	0.878	0.805	0.734

- существует оптимальное число тем на каждом уровне
- три уровня лучше, чем один или два
- увеличивается оптимальное число тем на нижнем уровне

## Влияние числа тем на качество поиска

TechCrunch. Все регуляризаторы и модальности, **два уровня**

$ T_1 $	80		100				120				
$ T_2 $	300	350	500	550	600	700	750				
Pr@5	0.651	0.701	0.749	0.789	0.883	<b>0.889</b>	<b>0.889</b>	0.785	0.721	0.701	0.675
Pr@10	0.675	0.709	0.771	0.821	0.891	<b>0.918</b>	0.902	0.803	0.738	0.718	0.691
Pr@15	0.687	0.712	0.773	0.827	0.899	<b>0.919</b>	0.905	0.817	0.741	0.721	0.701
Pr@20	0.683	0.707	0.759	0.815	0.885	0.888	<b>0.895</b>	0.805	0.732	0.716	0.679
R@5	0.749	0.791	0.801	0.854	0.868	<b>0.875</b>	0.861	0.849	0.829	0.731	0.701
R@10	0.765	0.809	0.823	0.873	0.890	<b>0.904</b>	0.875	0.867	0.835	0.745	0.708
R@15	0.771	0.820	0.841	0.882	0.909	<b>0.921</b>	0.895	0.890	0.848	0.769	0.717
R@20	0.778	0.825	0.851	0.887	0.928	<b>0.942</b>	0.929	0.901	0.869	0.785	0.728

- существует оптимальное число тем на каждом уровне
- два уровня лучше, чем один
- увеличивается оптимальное число тем на нижнем уровне

## Влияние числа тем на качество поиска

**TechCrunch.** Все регуляризаторы и модальности, **три уровня**

$ T_1 $	80		100				120				
$ T_2 $	300	350	500		550		600		700	750	
$ T_3 $	1500	1700	2500	2600	2600	2800	3000	3000	3200	4500	4700
Pr@5	0.655	0.707	0.751	0.792	0.887	0.893	0.890	0.789	0.722	0.703	0.678
Pr@10	0.678	0.712	0.773	0.823	0.895	0.922	0.905	0.805	0.741	0.722	0.692
Pr@15	0.692	0.715	0.775	0.831	0.902	0.921	0.907	0.821	0.743	0.725	0.703
Pr@20	0.687	0.709	0.761	0.819	0.889	0.885	0.898	0.809	0.736	0.719	0.683
R@5	0.751	0.795	0.802	0.856	0.871	0.877	0.863	0.852	0.831	0.738	0.705
R@10	0.767	0.812	0.825	0.875	0.892	0.908	0.879	0.871	0.842	0.751	0.711
R@15	0.772	0.824	0.841	0.887	0.912	0.927	0.901	0.893	0.854	0.772	0.721
R@20	0.783	0.830	0.854	0.892	0.931	0.949	0.935	0.905	0.871	0.790	0.732

- существует оптимальное число тем на каждом уровне
- три уровня лучше, чем один или два
- увеличивается оптимальное число тем на нижнем уровне

## Влияние модальностей на качество поиска

Все регуляризаторы и модальности, 3 уровня, оптимальное  $|T|$

**Модальности:** Words, Bigrams, Authors, Comments, Tags, Hubs, Categories

	Habrahabr						TechCrunch					
	acecc	W	Com	WB	WBTH	All	acecc	W	C	WB	WBC	All
Pr@5	0.821	0.621	0.558	0.673	0.871	<b>0.872</b>	0.822	0.718	0.569	0.795	0.891	<b>0.893</b>
Pr@10	0.869	0.645	0.567	0.712	0.911	<b>0.915</b>	0.851	0.729	0.592	0.807	0.919	<b>0.922</b>
Pr@15	0.875	0.631	0.532	0.693	0.894	<b>0.895</b>	0.835	0.737	0.603	0.803	0.920	<b>0.921</b>
Pr@20	0.863	0.628	0.531	0.688	0.877	<b>0.877</b>	0.813	0.729	0.594	0.792	0.883	<b>0.885</b>
R@5	0.780	0.725	0.645	0.797	0.888	<b>0.889</b>	0.762	0.754	0.659	0.775	0.874	<b>0.877</b>
R@10	0.817	0.748	0.652	0.812	0.921	<b>0.922</b>	0.792	0.778	0.671	0.808	0.908	<b>0.908</b>
R@15	0.850	0.782	0.679	0.842	0.941	<b>0.942</b>	0.835	0.783	0.679	0.825	0.927	<b>0.927</b>
R@20	0.873	0.789	0.672	0.852	0.960	<b>0.961</b>	0.867	0.785	0.711	0.837	0.949	<b>0.949</b>

- лучше использовать все модальности
- биграммы и категории выигрывают у ассессоров
- авторы и комментаторы наименее важны

## Влияние регуляризаторов на качество поиска

Все регуляризаторы и модальности, 3 уровня, оптимальное  $|T|$

**Регуляризаторы:** Decorrelation,  $\Theta$ -sparsing,  $\Phi$ -smoothing, Hierarchy

	Habrahabr					TechCrunch				
	нет	D	D $\Theta$	D $\Theta\Phi$	D $\Theta\Phi\text{Н}$	нет	D	D $\Theta$	D $\Theta\Phi$	D $\Theta\Phi\text{Н}$
Pr@5	0.628	0.772	0.771	0.865	<b>0.872</b>	0.652	0.777	0.779	0.879	<b>0.893</b>
Pr@10	0.653	0.781	0.812	0.883	<b>0.915</b>	0.679	0.788	0.819	0.895	<b>0.922</b>
Pr@15	0.642	0.785	0.792	0.891	<b>0.895</b>	0.669	0.791	0.798	0.901	<b>0.921</b>
Pr@20	0.643	0.771	0.783	0.875	<b>0.877</b>	0.673	0.775	0.792	<b>0.892</b>	0.885
R@5	0.692	0.820	0.805	0.875	<b>0.889</b>	0.673	0.825	0.812	0.869	<b>0.877</b>
R@10	0.714	0.831	0.834	0.905	<b>0.922</b>	0.685	0.856	0.845	0.881	<b>0.908</b>
R@15	0.725	0.847	0.867	0.921	<b>0.942</b>	0.712	0.877	0.869	0.912	<b>0.927</b>
R@20	0.735	0.873	0.891	0.943	<b>0.961</b>	0.723	0.892	0.895	0.934	<b>0.949</b>

- Лучше использовать все регуляризаторы
- Модели со слабой регуляризацией (PLSA, LDA) слабы

## Влияние функции близости на качество поиска

Все регуляризаторы и модальности, 3 уровня, оптимальное  $|T|$

**Функции близости:** Euclidean, Cosine, Manhattan, Hellinger, KL-div

	Habrahabr					TechCrunch				
	Eu	cos	Ma	He	KL	Eu	cos	Ma	He	KL
Pr@5	0.652	<b>0.872</b>	0.772	0.725	0.741	0.647	<b>0.893</b>	0.752	0.742	0.735
Pr@10	0.693	<b>0.915</b>	0.798	0.749	0.772	0.658	<b>0.922</b>	0.794	0.758	0.751
Pr@15	0.695	<b>0.895</b>	0.803	0.737	0.751	0.672	<b>0.921</b>	0.801	0.745	0.742
Pr@20	0.671	<b>0.877</b>	0.789	0.731	0.738	0.652	<b>0.885</b>	0.793	0.739	0.738
R@5	0.693	<b>0.889</b>	0.721	0.742	0.833	0.688	<b>0.877</b>	0.708	0.733	0.858
R@10	0.715	<b>0.922</b>	0.732	0.775	0.868	0.692	<b>0.908</b>	0.715	0.753	0.872
R@15	0.732	<b>0.942</b>	0.739	0.791	0.892	0.724	<b>0.927</b>	0.719	0.785	0.895
R@20	0.741	<b>0.961</b>	0.721	0.812	0.902	0.732	<b>0.949</b>	0.711	0.808	0.901

- косинусная функция близости уверенно лидирует

## Выводы по результатам экспериментов

- Регуляризаторы, улучшающие интерпретируемость тем, повышают также и качество поиска
- Иерархия улучшает качество поиска (в основном точность) благодаря постепенному сужению области поиска
- Подбор траектории регуляризации и оптимизация коэффициентов регуляризации улучшает качество поиска
- Ассессорские данные относятся не к темам, а к коллекции; поэтому с их помощью можно оценивать новые модели
- Небольших ассессорских данных хватает для оценивания тематических моделей, т. к. они обучаются без учителя
- При тщательной оптимизации тематический поиск превосходит как ассессоров, так и конкурирующие модели

---

A.Ianina, K.Vorontsov. Regularized multimodal hierarchical topic model for document-by-document exploratory search. 2019.

## Концепция «мастерской знаний»

«Огромное и все возрастающее богатство знаний разбросано сегодня по всему миру. Этих знаний, вероятно, было бы достаточно для решения всего громадного количества трудностей наших дней, но они рассеяны и неорганизованы. Нам необходима очистка мышления в своеобразной мастерской, где можно **получать, сортировать, суммировать, усваивать, разъяснять и сравнивать** знания и идеи»

— Герберт Уэллс, 1940

“An immense and ever-increasing wealth of knowledge is scattered about the world today; knowledge that would probably suffice to solve all the mighty difficulties of our age, but it is dispersed and unorganized. We need a sort of mental clearing house for the mind: a depot where knowledge and ideas are **received, sorted, summarized, digested, clarified and compared**”

— Herbert Wells, 1940



## От поиска информации к «Мастерской знаний»

### Недостатки обычного поиска:

- как искать новые знания?
- что делать с найденным?



**Мастерская знаний** — инструментарий для автоматизации **последующих этапов** работы с профессиональными знаниями:

- ищу публикации — чтобы их сохранять и накапливать
- накапливаю — чтобы перечитывать, понимать, анализировать
- анализирую — чтобы извлекать и систематизировать знания
- систематизирую — чтобы применять и передавать знания

Эти задачи связаны с *автоматической обработкой текстов*  
(только применение знаний остаётся за рамками системы)

## Концепция сервисов «Мастерской знаний»

**Подборка** — долгосрочный поисковый интерес пользователя

### Поисково-рекомендательные функции:

- поиск тематически близких документов по **подборке**
- мониторинг новых документов для **подборки**
- контекстные рекомендации по документу из **подборки**

### Аналитические функции:

- автоматизация реферирования **подборки**
- тематическая кластеризация **подборки**
- хронологизация и выделение трендов в **подборке**
- рекомендация порядка чтения внутри **подборки**

### Коммуникативные функции:

- совместное составление и использование **подборок**
- интерактивная визуализация и инфографика по **подборке**

# Поисково-рекомендательная система SciSearch.ru

Тематическая подборка пользователя:

FEEDS | SEARCH | **COLLECTIONS** | PAPERS | RECOMMENDED

19 JUL 2014

Towards Feature Engineering at Scale for Data from Massive Open Online Courses

Kalyan Veeramachaneni, Una-May O'Reilly, Colin Taylor

We examine the process of engineering features for developing models that improve our understanding of learners' online behavior in MOOCs. Because feature engineering relies so heavily on human insight, we argue that extra effort should be made to engage the crowd for feature proposals and even their operationalization. We show two approaches where we have started to engage the crowd. We also show how features can be evaluated for their relevance in predictive accuracy. When we...

Citations: 6

2 JUL 2017

Reciprocal Recommender System for Learners in Massive Open Online Courses (MOOCs)

Sankalp Prabhakar, Gerasimos Spanakis, Osmar Zaiane

Massive open online courses (MOOC) describe platforms where users with completely different backgrounds subscribe to various courses on offer. MOOC forums and discussion boards offer learners a medium to communicate with each other and maximize their learning outcomes. However, oftentimes learners are hesitant to approach each other for different reasons (being shy, don't know the right match, etc.). In this paper, we propose a reciprocal recommender system which matches...

Citations: 0

# Поисково-рекомендательная система SciSearch.ru

Список статей, рекомендуемых для добавления в подборку:

The screenshot shows a web browser displaying a search results page from arXiv. The top navigation bar includes links for FEEDS, SEARCH, and COLLECTIONS, along with user information for Konstantin Vorontsov. The main content area features a title 'MOOC (massive open online course)' and a section header 'PAPERS'. A red arrow points from the word 'PAPERS' to a red circle around the word 'RECOMMENDED' in the same row. Below this, a paper titled 'A Survey of Natural Language Generation Techniques with a Focus on Dialogue Systems - Past, Present and Future Directions' by Sashank Santhanam and Samira Shaiikh is listed. The abstract discusses the challenges of generating coherent and understandable language for dialogue systems. Another paper listed is 'Capturing "attrition intensifying" structural traits from didactic interaction sequences of MOOC learners' by Tanmay Sinha, Nan Li, Patrick Jermann, and Pierre Dillenbourg, with an abstract about discovering hidden structural configurations in learning activity sequences.

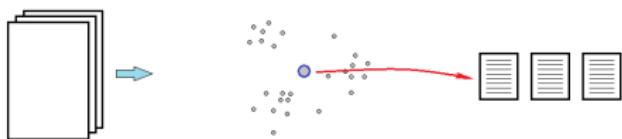
## Поисково-рекомендательная система SciSearch.ru

Добавление статьи из списка рекомендаций в подборку:

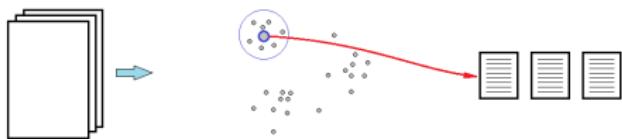
The screenshot shows a web browser window for the SciSearch.ru platform. The main page displays a list of academic papers under the 'PAPERS' tab. One paper titled 'A Survey of Natural Language Generation Techniques' by Sashank Santhanam and Samira Shaiikh is selected. A red circle highlights the 'RECOMMENDED' section on the right side of the screen. A modal window titled 'Add to collections' is open over the article details. This modal lists several collection categories, with 'MOOC (massive open online course)' selected. A red box surrounds the 'SAVE CHANGES' button at the bottom of the modal. The background shows a snippet of another recommended article about MOOCs.

## Стратегии векторного поиска документов по подборке

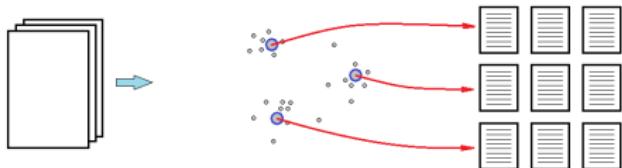
Поиск по среднему вектору подборки (неудачная стратегия):



Поиск по части подборки, близкой к выбранному документу:

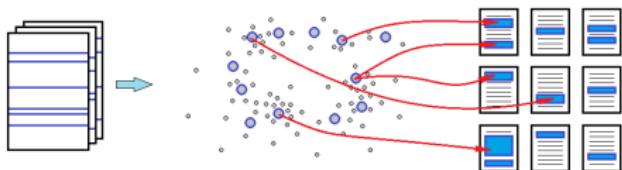


Поиск по тематике кластеров, на которые делится подборка:

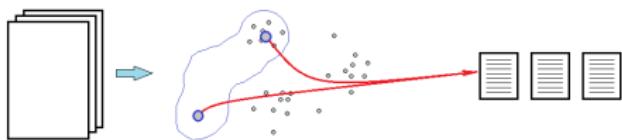


## Стратегии векторного поиска документов по подборке

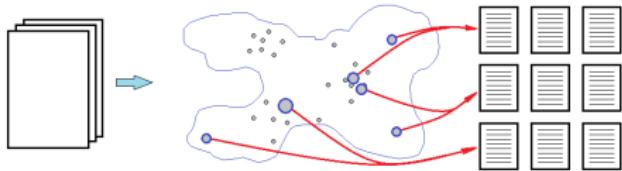
Поиск по тематике сегментов документов **подборки**:



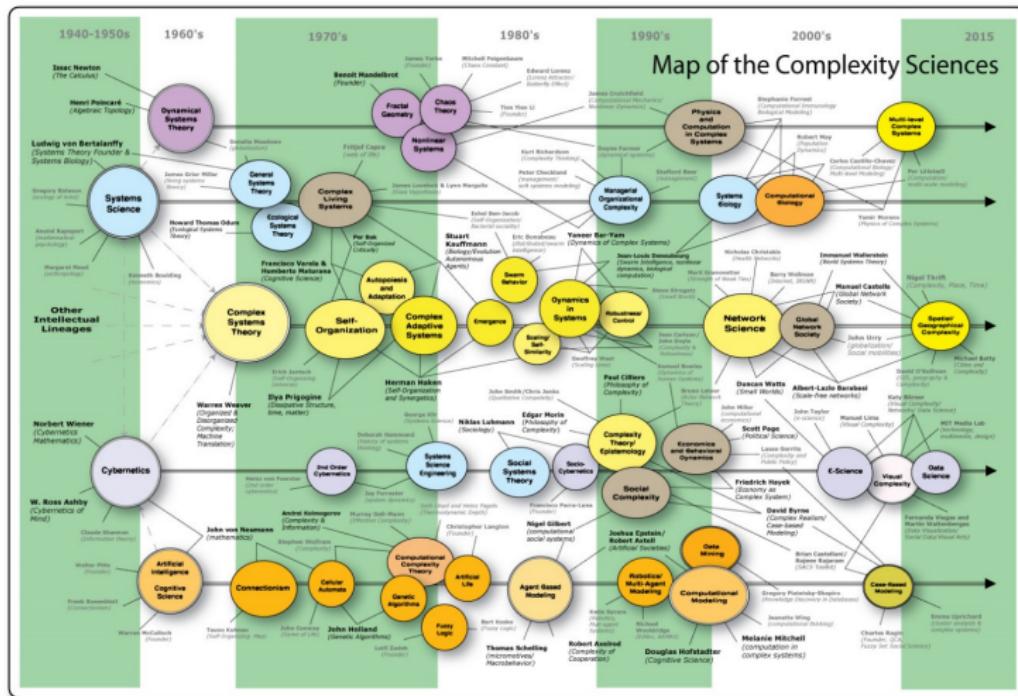
Поиск по тематике, смежной для части **подборки**:



Поиск по тематике, смежной для всей **подборки**:



# Пример карты предметной области (построено вручную)



<http://www.theoryculturesociety.org/brian-castellani-on-the-complexity-sciences>

## Тематическая модель для научного поиска должна быть...

- ❶ **Интерпретируемая:** объяснять смысла каждой темы
- ❷ **Иерархическая:** разделять тем на подтемы
- ❸ **Динамическая:** прослеживать темы во времени
- ❹ **Мультимодальная:** слова, авторы, категории, связи, теги,...
- ❺ **Мультиграммная:** слова, термины-словосочетания
- ❻ **Мультиязычная** для кросс- и многоязыкового поиска
- ❼ **Сегментирующая** документ на тематические блоки
- ❽ **Обучаемая** по обратной связи с пользователями
- ❾ **Определяющая число тем** автоматически
- ❿ **Создающая и именующая новые темы** автоматически
- ❾ **Онлайновая:** обрабатывать поток документов
- ❿ **Параллельная, распределённая** при больших данных

## Резюме

**Разведочный информационный поиск** (exploratory search):

- это поиск по смыслу, а не по ключевым словам
- строится на векторных представлениях текста  
(тематических или нейросетевых эмбедингах текста)
- требует от тематических моделей многофункциональности
- является одной из главных мотиваций для ARTM,
- в том числе для мультимодальных и иерархических ARTM

**Открытые проблемы:**

- тематизация подборок с дисбалансом тем
- автоматическое именование и суммаризация темы
- эффективные методы визуализации (картирования)

## Теоретическое задание к лекции №1

Упражнения на принцип максимума правдоподобия:

1. Униграммная модель документов:  $p(w|d) = \xi_{dw}$

Найти параметры модели  $\xi_{dw}$ .

2. Униграммная модель коллекции:  $p(w|d) = \xi_w$  для всех  $d$

Найти параметры модели  $\xi_w$ .

Подсказка: применить условия ККТ или основную лемму.

3. (более творческое задание)

Предложите модель, определяющую роли слов в текстах:

- тематические слова
- специфичные слова документа (шум)
- слова общей лексики (фон)

Подсказка 1: искать распределение ролей слов  $p(r|w)$ ,  $r \in \{\text{т, ш, ф}\}$ .

Подсказка 2: можно разреживать  $p(r|w)$  для жёсткого определения ролей.

Подсказка 3: можно использовать документную частоту слов.

## Теоретическое задание к лекции №2

4. Заменим  $\log$  другой монотонно возрастающей функцией  $\mu$ :

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \mu \left( \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} \right) + R(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

Как изменится EM-алгоритм? Возможно ли подобрать функцию  $\mu$  так, чтобы сократился объём вычислений?

5. Заменим  $\log$  монотонно возрастающей функцией  $\mu$  в регуляризаторе сглаживания–разреживания (модель LDA):

$$R(\Phi, \Theta) = \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} \beta_w \mu(\phi_{wt}) + \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_t \mu(\theta_{td}).$$

Как изменится М-шаг и воздействие регуляризатора на модель?

6. Какому регуляризатору соответствует формула М-шага

$$\phi_{wt} = \operatorname{norm}_w(n_{wt} [n_{wt} > \gamma n_t])$$

Аналитик построил тематическую модель  $\Phi^0, \Theta^0$  и отметил среди столбцов матрицы  $\Phi^0$  темы двух типов: удачные  $T_+ \subset T$  и неудачные  $T_- \subset T$ .

Теперь он хочет построить модель ещё раз так, чтобы

- удачные темы остались в матрице  $\Phi$ ;
- остальные темы построились по-другому и были не похожи на каждую из неудачных тем  $t \in T_-$ .

7. Предложите регуляризаторы для этого.
8. Не получится ли так, что новые темы будут отдаляться от суммы неудачных тем  $\sum_{t \in T_-} \phi_{wt}^0$  вместо того, чтобы отдаляться от каждой из неудачных тем по отдельности? Почему это плохо и как этого избежать?
9. Предложите способ инициализации  $\Phi$  для новой модели.

**10.** Для иерархической тематической модели с рег.  $R(\Phi, \Psi)$  предложите способ разреживания матрицы связей

$\Psi = (p(s|t))$ , гарантирующий, что

- 1) у каждой родительской темы будет хотя бы одна дочерняя;
- 2) у каждой дочерней темы будет хотя бы одна родительская.

Подсказка: можно придумывать критерий регуляризации, а можно — формулу М-шага для матрицы  $\Psi$ .

**11.** Предложите способ гарантировать, что если родительская тема  $t$  получает только одну дочернюю  $s$ , то она переходит в неё целиком и как распределение:  $p(w|s) = p(w|t)$ .

**12.** Предложите способ согласования вероятностных смесей  
 $p(w|t) \approx \sum_{s \in S} p(w|s) p(s|t)$  и  $p(t|d) \approx \sum_{s \in S} p(t|s) p(s|d)$   
с учётом тождества  $p(s|t)p(t) = p(t|s)p(s)$