

Второй семинар.  
ММП, осень 2012–2013  
11 сентября

**Темы семинара:**

- работа с вероятностью, формула Байеса, формула полной вероятности;
- вероятностная постановка задачи обучения по прецедентам, минимизация среднего риска, МЭР; оценки максимального правдоподобия.
- нормальное распределение, свойства, оценки максимального правдоподобия его параметров.

**Задача 1.** Пусть имеется две корзины: красная (r) и синяя (b). В красной корзине лежит 6 апельсинов (o) и 2 яблока (a), а в синей — 3 яблока и один апельсин. Пусть мы вытягиваем фрукт из этих корзин следующим образом: сначала случайным образом выбираем корзину, из которой будем тянуть, а затем вытягиваем из выбранной корзины случайно один фрукт. Будем обозначать корзину буквой  $B$ , а фрукт — буквой  $F$ . При этом пусть вероятность выбрать красную корзину на первом шаге равна 0,4:  $P(B = r) = 0,4$ . На втором шаге фрукты из выбранной корзины вытягиваются с равными вероятностями.

- а) Вычислите все значения условного распределения  $P(F|B)$ ,  $F \in \{o, a\}$ ,  $B \in \{r, b\}$ .  
б) Является ли функция  $f(Y) = P(X|Y)$  при фиксированном  $X$  распределением?  
в) Вычислите все значения  $P(F)$ ,  $F \in \{o, a\}$ ,  $B \in \{r, b\}$ .  
г) Вычислите  $P(B = r|F = o)$  и  $P(B = r|F = a)$ . Вспомните про б).

**Задача 2.** Пусть в задаче регрессии ( $Y = \mathbb{R}$ ) мы используем квадратичную функцию потерь  $L(a, b) = (a - b)^2$ . Доказать, что решением описанной задачи минимизации риска будет *функция регрессии*  $a(X) = E\{Y|X\}$ .

**Задача 3.** Найдите оценку максимального правдоподобия для математического ожидания одномерного нормального распределения. Смещена?

**Задача 4.** Получите оценки максимального правдоподобия для параметров  $n$ -мерного нормального распределения.