

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В.ЛОМОНОСОВА

Факультет Вычислительной математики и кибернетики

Курс «Прикладная алгебра» (5 семестр, III поток)

Теоретический минимум к экзамену

Знание ответов на все из нижеследующих вопросов является необходимым (но не достаточным) условием получения положительной оценки на экзамене.

1. Группы. Подгруппа, факторгруппа, индекс группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.
2. Циклические группы. Структура подгрупп циклической группы, порождающие элементы, их количество и нахождение.
3. Кольца. Идеалы колец и факторкольца. Евклидовы кольца. Примеры.
4. Поля. Характеристика поля. Построение конечных полей с помощью неприводимых многочленов. Полиномиальное и степенное представление элементов поля. Примеры.
5. Многочлены над полем \mathbb{F}_p . Неприводимые многочлены и их нахождение. Лемма о числе неприводимых нормированных многочленов над \mathbb{F}_p .
6. Минимальные многочлены для элементов \mathbb{F}_p . Нахождение минимального многочлена.
7. Алгоритм нахождения всех корней многочлена над полем \mathbb{F}_p .
8. Теорема Хэмминга. Коды Хэмминга, пример построения кода Хэмминга.
9. Систематическое кодирование. Линейные (групповые) и циклические коды: определение и свойства.
10. Определение и свойства кодов БЧХ.
11. Действие группы на множестве. Фиксатор и стабилизатор. Примеры.
12. Лемма Бёрнсайда и её применение.
13. Группы диэдра. Группы вращений правильных многогранников.
14. Цикловой индекс действия группы на множестве.
15. Теорема Редфилда-Пойа и её применение.
16. Частично упорядоченные (ч.у.) множества. Экстремальные элементы, порядковые идеалы и фильтры, конусы, точные грани ч.у. множеств.
17. Теорема Шпильрайна. Линейные продолжения и размерность ч.у. множества.
18. Решётки. Неприводимые элементы решётки, решёточные идеалы и фильтры. Модулярные и дистрибутивные решётки, критерии модулярности и дистрибутивности решётки.
19. Решётка порядковых идеалов ч.у. множества.
20. Фундаментальная теорема о конечных дистрибутивных решётках.