

# Машинное обучение. Домашнее задание №9

Метод главных компонент работает хорошо лишь при условии, что выборка лежит в линейном подпространстве признакового пространства. Если же выборка лежит в нелинейной многообразии, то найти новое признаковое пространство можно с помощью ядрового перехода в методе главных компонент.

**Задача 1.** Пусть  $u_1, \dots, u_d$  — собственные векторы матрицы  $X^T X$ , а  $\lambda_1, \dots, \lambda_d$  — соответствующие им собственные значения. Выразите ненулевые собственные значения и собственные векторы матрицы  $X X^T$  через  $u_1, \dots, u_d$  и  $\lambda_1, \dots, \lambda_d$ . Выразите ненулевые собственные векторы и собственные значения матрицы  $X^T X$  через собственные векторы и собственные значения матрицы  $X X^T$ .

Матрица  $X X^T$  — это матрица Грама, которая может быть вычислена и в спрямляющем пространстве с помощью функции ядра:  $(X X^T)_{ij} = K(x_i, x_j)$ . Для данной матрицы можно найти собственное разложение, а через него выразить собственные значения и собственные векторы ковариационной матрицы  $X^T X$ . Однако данные выражения не будут вычислимыми, поскольку в них будут входить признаковые описания объектов в спрямляющем пространстве  $\varphi(x)$ . Тем не менее, нас интересуют лишь проекции  $z_i = U^T x_i$ .

**Задача 2.** Покажите, как найти новые признаковые описания объектов  $z_i = U^T x_i$ , зная лишь собственные векторы  $v_1, \dots, v_d$  матрицы  $X X^T$  и функцию ядра  $K(x, z)$ .