

Восстановление фазы движения человека по сигналам носимых устройств

А. Д. Курдюкова¹, Г. В. Кормаков^{2,3}, Д. М. Тихонов¹, В. В. Стрижов^{1,4}

kurdiukova.ad@phystech.edu; kormakov_georgiy@forecsys.ru;

tihonov.dm@phystech.edu; strijov@ccas.ru

¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

²Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

³ООО «Форексис», Москва, ул.Вавилова, 42;

⁴Вычислительный Центр им. А.А. Дородницына РАН

Аннотация: Решается задача восстановления фазы квазипериодических сигналов движения человека. Эти сигналы имеют повторяющиеся значения без явной периодичности. Предлагается алгоритм определения фазы движения. Он основан на представлении исходного временного ряда в фазовом пространстве. Строится траекторная матрица временного ряда. Предлагается критерий выбора оптимальной размерности траекторного пространства. Значения фазы присваиваются в соответствии с близостью точек временного ряда к аппроксимирующей модели. Результаты работы алгоритма демонстрируются на сигналах, полученных с трехосевого акселерометра. Используются пять классов периодического движения человека. Для анализа качества работы алгоритм сравнивается с методом, использующим максимумы автокорреляционной функции.

Ключевые слова: анализ поведения, восстановление фазы, временные ряды, фазовая траектория, траекторное пространство, метод главных компонент

DOI:

1 Введение

Решается задача анализа квазипериодических сигналов, считываемых с носимых устройств. Временной ряд $\{s_i\}_{i=1}^N$ назовем *квазипериодическим* с периодом T , если для каждого i , такого что $i + T \geq N$, найдется ошибка ε , такая что выполнено

$$\{s_i\}_{i=1}^N, \quad s_i = s_{[i+T]} + \varepsilon. \quad (1)$$

Исследование фазы является важной частью анализа временных рядов. Целью данной работы является построение алгоритма извлечения фазы квазипериодического временного ряда. Зная фазу периодического или квазипериодического временного ряда, можно сегментировать временной ряд по периоду. Задача восстановления фазы сигнала встречается в прикладной физике, кристаллографии [1–3], астрономии [4, 5], лазерной оптике [6, 7].

11 В вычислительном эксперименте исследуются ходьба, бег трусцой и другие типы по-
12 ходки человека [8–10]. Результаты анализа этих данных используются для распознавания
13 человеческой активности [8, 11–15], в медицинских приложениях [16, 17], при мониторинге
14 состояния пациентов [18], для обнаружения падений пожилых людей [19].

15 Для извлечения фазы временных рядов периодических процессов требуется ручная
16 маркировка. Однако этот метод неприменим для временных рядов больших размеров.
17 Существуют более универсальные способы определения фазы. Например, в [20] применя-
18 ется двойной автоэнкодер.

19 В [7, 21–23] представлены альтернативные алгоритмы определения фазы. Итеративный
20 алгоритм Герхберга-Сакстона [21] с использованием прямого и обратного преобразований
21 Фурье. Его модификации описаны в [22]. Они заключаются в улучшении сходимости ба-
22 зового алгоритма, а также в добавлении случайного возмущения фазы на каждой итера-
23 ции для избежания сходимости к неверному решению. Многоуровневые методы Гаусса-
24 Ньютона [7] основаны на линейной B-сплайн аппроксимации с итеративным применением
25 локального метода Гаусса-Ньютона. Метод извлечения фаз, основанный на неконтролиру-
26 емом обучении, представлен в [23].

27 В работах [10, 24, 25] решается задача сегментации квазипериодических временных ря-
28 дов. Строится низкоразмерное фазовое пространство. В [24, 25] размерность этого под-
29 пространства фиксирована и равна двум. Выбор размерности опирается на теорему, до-
30 казанную в [24]. Теорема посвящена утверждению об аппроксимации периодических ком-
31 понент синусоидального временного ряда. В реальных данных встречается суперпозиция
32 нескольких главных компонент. Для подобных сигналов теорема неприменима. Размер-
33 ность собственного подпространства, равная двум, не является достаточной для постро-
34 ения устойчивой модели. В работе [10] осуществляется переход к признаковому описа-
35 нию точек исходного временного ряда. В фазовом пространстве используются метрики.
36 В случае пространства высокой размерности данный подход неустойчив из-за проклятия
37 размерности [26–29].

38 В данной работе для нахождения фазы осуществляется переход в фазовое простран-
39 ство с помощью метода задержек [30, 31]. В качестве примера на Рис. 1 изображен синте-
40 тический временной ряд $s(t) = \sin t$. Его фазовая траектория изображена в трехмерном
41 пространстве.

42 В [24, 25, 32] показана избыточность исходного фазового пространства. Под *избыточно-*
43 *стью фазового подпространства* понимается следующее. При переходе в фазовое подпро-
44 странство ошибка восстановленных значений мала по сравнению с амплитудой исходного
45 временного ряда.

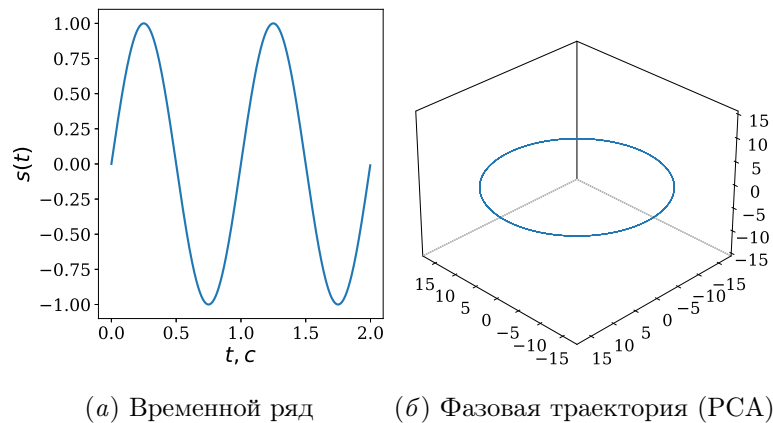


Рис. 1 Синусоидальный временной ряд и его фазовая траектория в 3D.

46 Фиксированное значение фазовой траектории интерпретируется как начальная фаза
 47 класса движения, если это значение повторяется в фазовом пространстве с точностью до
 48 допустимой ошибки. Предполагается, что в собственном подпространстве возможно более
 49 *устойчивое извлечение начальной фазы*. При увеличении амплитуды случайных откло-
 50 нений исходного временного ряда модель, определяющая фазу, не изменяет существенно
 51 своего прогноза.

52 В таблице 1 приведен список методов, решающих задачу восстановления фазы. Пе-
 53 речислены их преимущества и недостатки, упомянут предлагаемый в данной работе.

54 Предлагаемый алгоритм прогнозирует фазу временного ряда периодического движе-
 55 ния человека. Класс периодического движения фиксирован. Алгоритм работает в про-
 56 странстве оптимальной размерности. В работе описан критерий оптимальной размерно-
 57 сти, который опирается на условие отсутствия *самопересечений* в фазовом пространстве.
 58 Будем говорить, что в фазовом подпространстве отсутствуют самопересечения, если ожи-
 59 даемое значение траектории не имеет пересечений в пределах среднеквадратичного от-
 60 клонения.

61 2 Постановка задачи

62 Алгоритм извлечения фазы, предлагаемый в данной работе, использует представление
 63 временного ряда в фазовом пространстве. Такое представление описано, например, в [32].
 64 В этой же статье вводится понятие избыточности фазового пространства, что приводит
 65 к неустойчивой работе алгоритма. Поэтому целью является переход в пространство фаз
 66 сниженной размерности.

67 В работе рассматривается временной ряд (1). Значение ряда в момент времени i

$$68 \quad s_i = \sqrt{a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2}, \quad (2)$$

Преимущества	Недостатки
<i>Максимумы автокорреляционной функции</i>	
Простота, интерпретируемость.	Неустойчивость к частотным и амплитудным шумам, затухание на длительных рядах.
<i>Герцберга-Сакстона [33]</i>	
Устойчивость к частотным и фазовым шумам, сходимость.	Ограниченность базиса из \sin и \cos , зависимость от доп. информации об ограничениях на образ преобразования Фурье, ресурсоемкость.
<i>Дуальный автоэнкодер [34]</i>	
Устойчивость к частотным и амплитудным шумам, не требует доп. информации о сигнале.	Неинтерпретируемость, ресурсоемкость.
<i>Преобразование Гильберта [35]</i>	
Простота, интерпретируемость, отсутствие необходимости в доп. информации о сигнале.	Неустойчивость к частотным и амплитудным шумам, ограниченность только синусоидальными сигналами.
<i>Предлагаемый в данной работе подход</i>	
Интерпретируемость, устойчивость по отношению к изменению амплитуды и частоты, устойчивость.	Вычислительно затратный алгоритм, необходимость в дополнительной информации о сигнале (знание первого периода).

Таблица 1 Сравнительный анализ алгоритмов восстановления фазы.

69 В формуле (2) ν – частота сэмплирования, a_{ix} , a_{iy} , a_{iz} – данные, считанные с трехосевого
 70 акселерометра. Предполагается, что он соответствует фиксированному классу периоди-
 71 ческого движения $y \in \mathbb{Y}$. Таковыми являются, например, ходьба, приседания, подъем
 72 или спуск по лестнице, велопрогулка. То есть предполагается отсутствие момента изме-
 73 нения характеристик сигнала, который относил бы его к другому классу. Для анализа
 74 периодических компонент ряда (1) и перехода в собственное пространство строится его
 75 траекторная матрица \mathbf{H} .

$$67 \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} s_1 & \dots & s_n \\ s_2 & \dots & s_{n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_k & \dots & s_N \end{bmatrix}^T = \left[\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_k \right], \quad k = N - n + 1,$$

77 где n – ширина окна, не меньшая, чем предполагаемый период: $n\nu \geq T$.

78 Размерность исходного фазового пространства избыточна. Осуществляется переход в
 79 собственное подпространство меньшей размерности.

$$80 \quad \mathbf{X} = \mathbf{W}^T \mathbf{H} = \left[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k \right], \quad \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p,$$

81 где \mathbf{W} – матрица преобразования алгоритма PCA. Число выбранных компонент равно p .
 82 Они соответствуют наибольшим собственным значениям.

83 Требуется построить модель $m : \varphi \rightarrow \mathbf{x}$, аппроксимирующую фазовую траекторию с
 84 помощью минимального числа главных компонент. С помощью аппроксимирующей моде-
 85 ли определить критерий выбора оптимальной размерности фазового подпространства. На
 86 основе критерия и модели предложить алгоритм нахождения устойчивой фазы.

87 3 Определение фазы в пространстве оптимальной размерности

88 В данном разделе вводится понятие оптимальной размерности фазового подпростран-
 89 ства и дается описание алгоритма определения фазы. В параграфе 3.1 определена модель
 90 средней траектории ряда и ее дисперсии, которые нужны для определения критерия вы-
 91 бора размерности траекторного пространства в параграфе 3.2 и функций потерь в пара-
 92 графе 3.3. Описанию алгоритма определения фазы посвящен параграф 3.4.

93 3.1 Модель фазовой траектории

94 Аппроксимирующая модель математического ожидания фазовой траектории $\mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi) : \varphi \rightarrow \mathbf{x}$
 95 ставит в соответствие фазе $\varphi \in [0, 2\pi]$ точку в фазовом подпространстве $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$. В качестве
 96 аппроксимирующей модели предлагается регрессия Надарая-Ватсона

$$m(\varphi) = \mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi) = \frac{\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \mathbf{x}' \cdot K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right)}{\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right)}, \quad (3)$$

$$m(\varphi) = \mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi) = \frac{\int_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \mathbf{x}' \cdot K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right) d\mathbf{x}'}{\int_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right) d\mathbf{x}'}, \quad (4)$$

где h – фиксированная ширина окна, ρ – метрика в пространстве фаз и K – ядро. В формуле (3) $\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}$ – начальное приближение фазы для каждой точки \mathbf{x}' первого периода.

Аналогично предлагается ввести и модель дисперсии \mathbf{D} :

$$d(\varphi) = \mathbf{D}(\mathbf{x}|\varphi) = \frac{\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \|\mathbf{x}' - \mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi)\|_2 \cdot K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right)}{\sum_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right)}, \quad (5)$$

$$d(\varphi) = \mathbf{D}(\mathbf{x}|\varphi) = \frac{\int_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \|\mathbf{x}' - \mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi)\|_2 \cdot K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right) d\mathbf{x}'}{\int_{\mathbf{x}' \in \mathbf{X}} K\left(\frac{\rho(\varphi_{\text{estimated}}^{\mathbf{x}'}, \varphi)}{h}\right) d\mathbf{x}'}, \quad (6)$$

В качестве ядра используется радиальная базисная функция:

$$K(r) = \exp(-\gamma \|r\|^2).$$

В качестве полуметрики в пространстве фаз:

$$\rho(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}, \quad \varphi_1, \varphi_2 \in [0, 2\pi).$$

Модели для $\mathbf{D}(\mathbf{x}|\varphi)$ и $\mathbf{E}(\mathbf{x}|\varphi)$ необходимы для введения критерия выбора оптимальной размерности подпространства и функций потерь в последующих разделах.

3.2 Критерий выбора оптимальной размерности фазового подпространства

Поиск минимальной необходимой размерности траекторного подпространства позволяет построить адекватную аппроксимацию ряда (2). В найденном пространстве оптимальной размерности строится алгоритм восстановления фазы временного ряда.

Определение. Значения фазы называются *существенно разными*, если их разность превосходит $\frac{\pi}{3}$. Фазовая траектория имеет точки *самопересечения*, если они имеют существенно разную фазу и расположены на расстоянии, меньшем суммы дисперсий в этих точках.

118 Для определения критерия оптимальной размерности введем множество фаз $\Phi(p)$, та-
 119 ких что норма разности между соответствующей и текущей точками модельной траекто-
 120 рии $\|E(\mathbf{x}|\varphi) - E(\mathbf{x}|\varphi')\|_2$ не превосходит суммы дисперсий этих точек $D(\mathbf{x}|\varphi) + D(\mathbf{x}|\varphi')$, а
 121 значения фаз φ и φ' отличаются более, чем на $\frac{\pi}{2}$, но менее, чем на $\frac{3\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} \Phi(p) = \{ \varphi \mid & \|E(\mathbf{x}|\varphi) - E(\mathbf{x}|\varphi')\|_2 \leq D(\mathbf{x}|\varphi) + D(\mathbf{x}|\varphi'), \\ & \frac{\pi}{2} \leq |\varphi - \varphi'| \leq \frac{3\pi}{2}, \quad \varphi, \varphi' \in [0, 2\pi), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \} \end{aligned} \quad (7)$$

122 **Определение.** Оптимальная размерность пространства - это размерность простран-
 123 ства, в которой выполняется критерий отсутствия самопересечений.

124 **Определение.** Критерием оптимальной размерности в пространстве называется

$$125 \quad \hat{p} = \arg \min_{p \in \{1, \dots, n\}} |\Phi(p)|, \quad (8)$$

126 где n - размерность исходного пространства.

127

128 3.3 Функция потерь для определения фазы

129 Основная идея алгоритма заключается в присвоении фазы новым точкам временного
 130 ряда в соответствии с их близостью с аппроксимирующей моделью в фазовом простран-
 131 стве.

132 Предположения:

- 133 1. Во временном ряде (1) присутствует только один фиксированный класс движений;
- 134 2. Более поздним по времени точкам в пределах одного периода соответствует бóльшая
 135 фаза. Если $t > t'$, то $\varphi_t > \varphi_{t'}$ для $t, t' \in [0, +\infty)$;
- 136 3. Фазы соседних точек близки. Если $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2 < \varepsilon$ (ε - гиперпараметр), то $|\varphi - \varphi'| < \delta$
 137 для некоторого δ .

138 Предлагается определять значение фазы, исходя из следующих функций потерь.

139 Функция потерь L_1 опирается на предположение 2 о монотонном росте фаз:

$$140 \quad L_1(\varphi) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\varphi - \varphi')}{2}, & \text{если } \varphi \geq \varphi' \text{ при } t' \geq t \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}, \quad (9)$$

141 Так как сигнал является квазипериодическим, то логично разрешить уменьшение фазы
 142 в пределах некоторой фиксированной величины δ_φ . Тогда слагаемое $L_1(\varphi)$ можно записать
 143 в виде

$$L_1(\varphi) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\varphi - \varphi')}{2}, & \text{если } \varphi - \varphi' \geq \delta_\varphi \text{ при } t' \geq t \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}, \quad (10)$$

Функция потерь L_2 опирается на предположение 3 о близости фазы соседних точек.

$$L_2(\varphi) = \sum_{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| < \varepsilon, \mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \rho(\varphi, \varphi'). \quad (11)$$

где ε - гиперпараметр, характеризующий максимальное расстояние между соседями в фазовом пространстве.

Функция потерь L_3 учитывает расстояние от текущей точки до точек аппроксимирующей модели.

$$L_3(\varphi) = \frac{\|\mathbf{x} - m(\varphi)\|_2}{d(\varphi)}. \quad (12)$$

Таким образом, задача нахождения фазы для текущей точки \mathbf{x}_i имеет вид

$$\hat{\varphi}_i = \arg \min_{\varphi \in \Phi_i} \lambda_1 \cdot L_1(\varphi) + \lambda_2 \cdot L_2(\varphi) + \lambda_3 \cdot L_3(\varphi). \quad (13)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ - весовые коэффициенты такие, что $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1$.

3.4 Алгоритм определения фазы

Определим множество возможных фаз. Для этого выберем такое множество точек в модели f_{approx} , в область отклонений которых попала текущая точка \mathbf{x}_i . С помощью аппроксимирующей модели (3) определим множество возможных фаз:

$$\Phi_i = \{\varphi : \|\mathbf{x}_i - f_{\text{approx}}(\varphi)\|_2 \leq D, \quad \varphi \in [0, 2\pi]\} \quad (14)$$

Введем конечное дискретное упорядоченное (по индексу вхождения) множество точек $\mathbf{X}_{\text{history}} \subset \mathbf{X}$, для которых фаза уже определена алгоритмом. Аналогичное множество найденных фаз обозначим Φ_{history} . Введем функцию $f_{\text{history}} : \mathbf{X}_{\text{history}} \rightarrow \Phi_{\text{history}}$.

В данных обозначениях алгоритм определения фазы выглядит следующим образом (алгоритм 1).

Алгоритм 1 Delay Embedding Phase Identifier

Вход: $s, \text{nlags}, \text{mindim}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

Выход: Φ_{history}

- 1: На временном ряде s построить автокорреляционную функцию с учетом ширины окна nlags для получения начального приближения
 - 2: По наибольшему пику определить начальное приближение мат. ожидания
 - 3: По первому периоду f_{approx} согласно (3)
 - 4: По критерию найти пространство меньшей размерности и произвести в него переход по РСА с размерностью окна nlags
 - 5: Найти $\Phi_{\text{history}}[1] = \min_{\varphi \in [0, 2\pi)} \|X[1] - m(\varphi)\|_2$
 - 6: **пока** $|\Phi_{\text{history}}| \neq |\mathbf{X}|$:
 - 7: Найти множество возможных фаз согласно (14)
 - 8: Найти ближайших соседей из предыстории (11)
 - 9: Найти минимум функции согласно (13)
 - 10: Добавить полученное значение в историю Φ_{history}
 - 11: Если был пройден 1 период, модель средней траектории обновляется по Φ_{history} .
-

165 4 Эксперимент

166 Целью эксперимента является демонстрация результатов работы алгоритма. Экспери-
 167 менты проводились на реальных данных, полученных с акселерометра мобильного устрой-
 168 ства. В качестве классов движения выбраны ходьба, приседания, движение вверх по лест-
 169 нице и прогулке на велосипеде. Так же в эксперименте реализован критерий выбора оп-
 170 тимальной размерности.

171 В качестве проверки выбора оптимальной размерности фазового пространства постро-
 172 ены графики зависимости функций ошибок от размерности фазового подпространства.
 173 Были выбраны функции ошибок MARE и R^2 между истинными траекториями и восста-
 174 новленными по компонентам оптимального фазового пространства. Графики представле-
 175 ны в таблице 2. В большинстве случаев видно, что выбранная размерность не является
 176 избыточной. Это подтверждается отсутствием самопересечений. При этом ошибка мини-
 177 мально среди меньших размерностей.

178 Временные ряды, фазовые траектории оптимальных размерностей и результаты ра-
 179 боты алгоритма для соответствующих классов движения представлены в таблице 3. В
 180 случае, если оптимальная размерность не превышает 2, то осуществляется переход в трех-
 181 мерное фазовое подпространство.

Зависимость ошибки $MAPE$ от размерности фазового подпространства

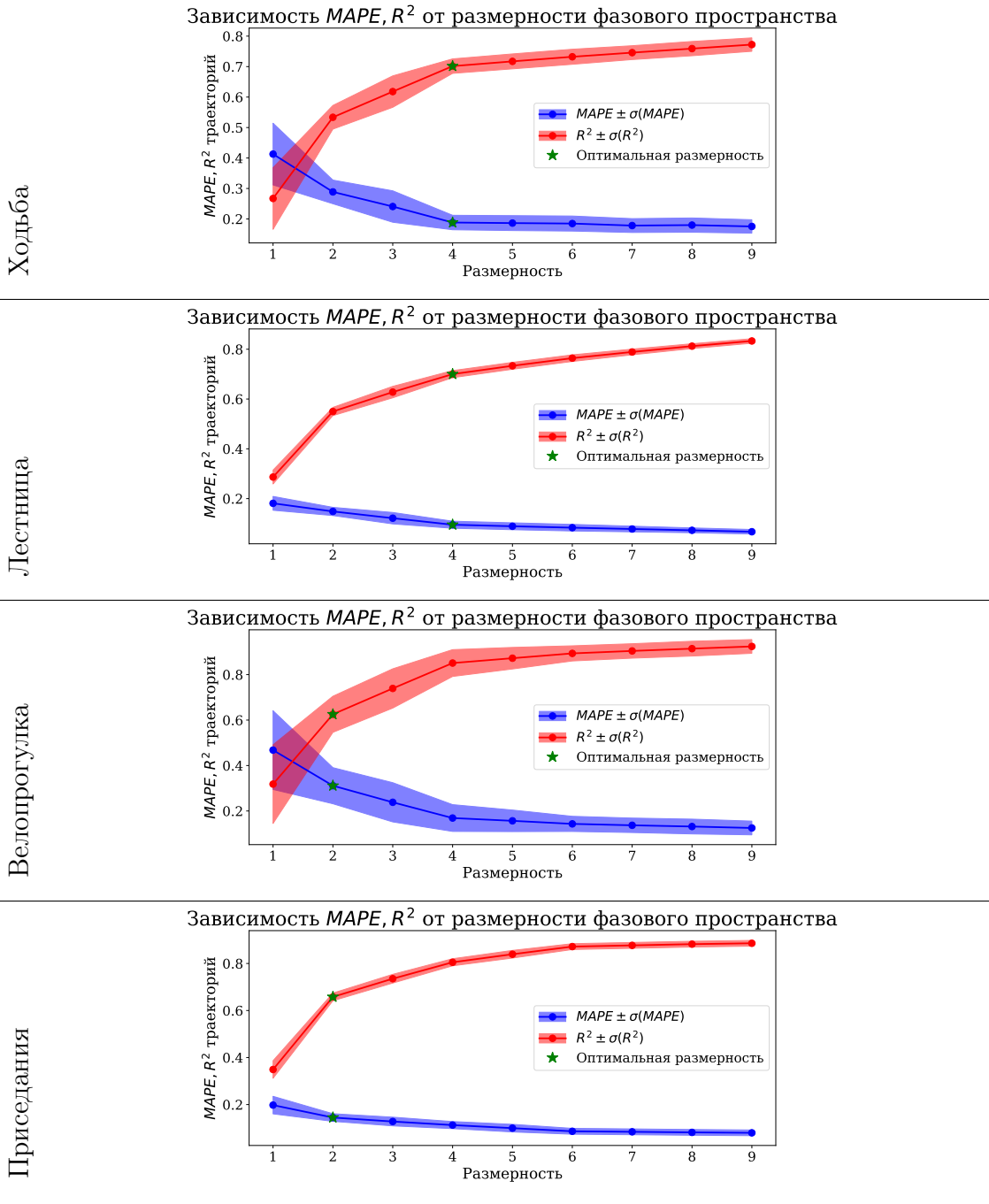


Таблица 2 Таблица выбора оптимальной размерности для разных классов движения

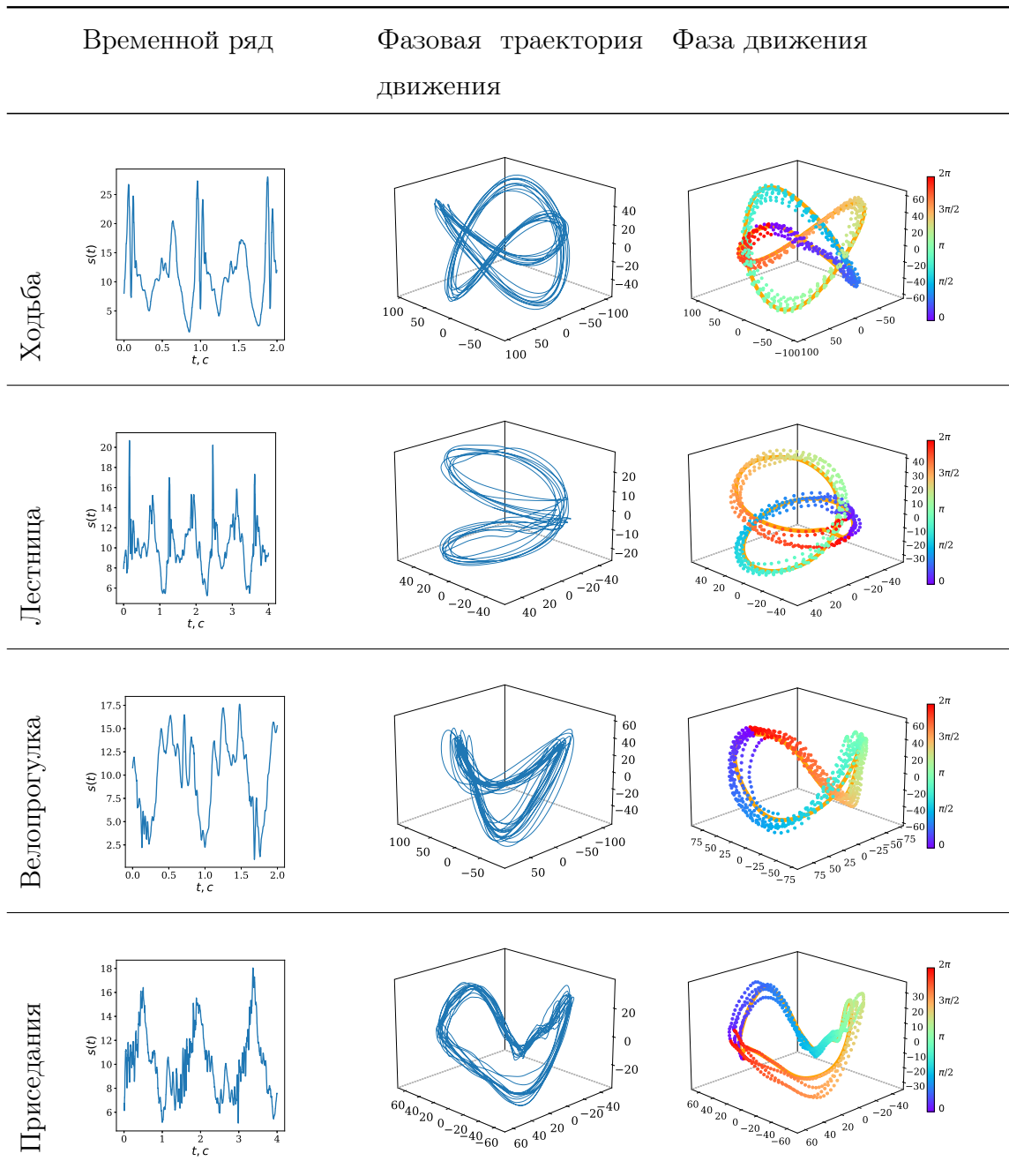


Таблица 3 Временные ряды и фазовые траектории в трехмерном представлении для четырех классов движения

182 Сравним таблицу 2 и таблицу 3. Так, например, ходьба и движение вверх по лест-
 183 нице имеют более сложную траекторию в фазовом пространстве, что требует бóльшей
 184 размерности траекторного подпространства.

185 5 Анализ ошибки

186 5.1 Сравнение на данных акселерометра

187 Для анализа эффективности предложенного алгоритма рассматривается сравнение ре-
 188 зультатов с более простым и интуитивно понятным методом, использующим максимумы
 189 автокорреляционной функции. Данный метод заключается в трех последовательных ша-
 190 гах:

- 191 1. Применить автокорреляционную функцию к временному ряду
- 192 2. Определить верхние пики автокорреляции
- 193 3. Проставить равномерно фазу от 0 до 2π между каждой парой соседних пиков

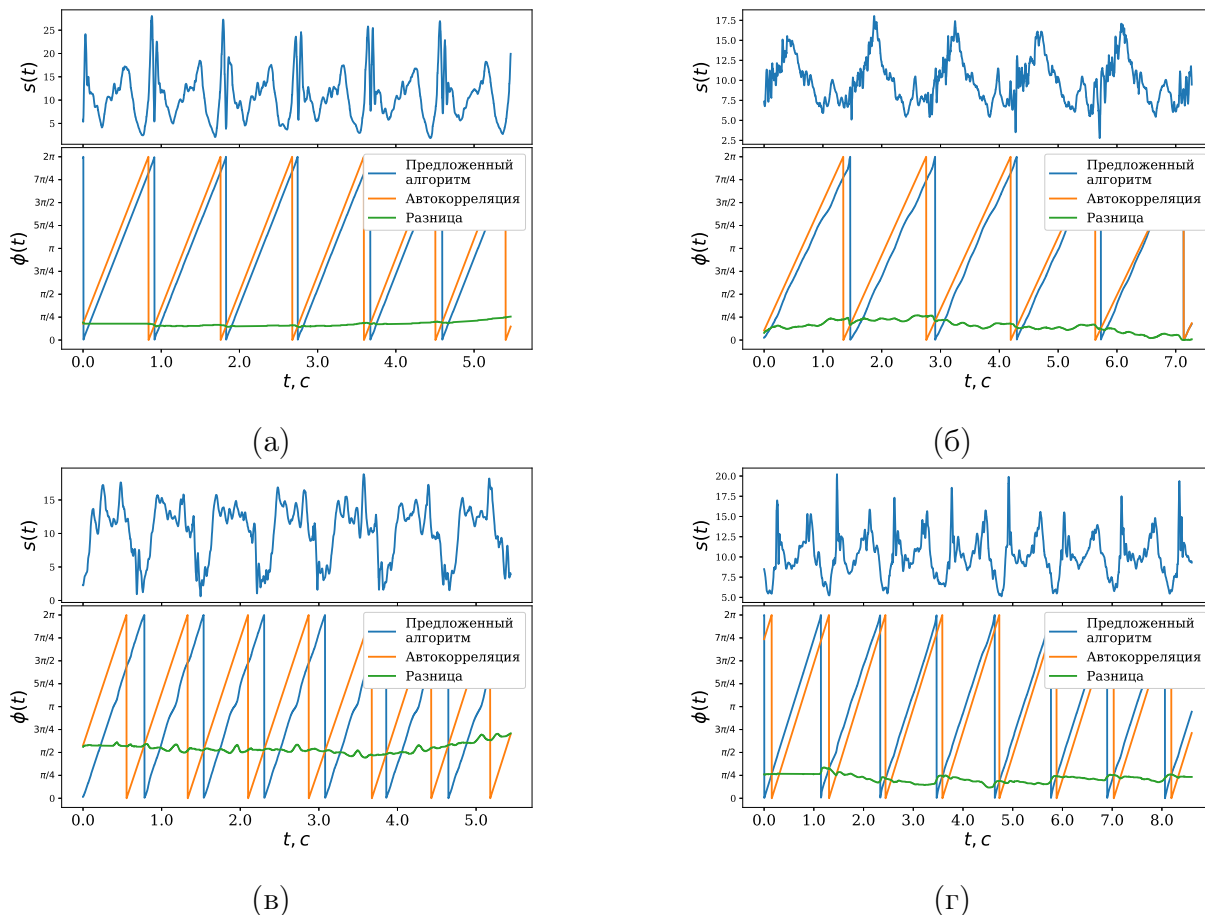


Рис. 2 Результаты работы в сравнении с пиками автокорреляционной функции: а) ходьба, б) приседания, в) вело-прогулка, г) подъем по лестнице.

194 Анализ результатов сравнения показывает, что предложенный алгоритм имеет ошибку,
195 которая держится на постоянном уровне. Т.е. результат алгоритма имеет ошибку, близкую
196 к нулю, с точностью до сдвига.

197 5.2 Ошибка на сигналах с изменяющимися частотой и амплитудой

Также были проведены дополнительные эксперименты, демонстрирующие преимущества и недостатки предложенного алгоритма. На рис. 2 ошибка отклоняется от константного уровня в те моменты, когда в исходном временном ряде происходит изменение частоты. Рассмотрим два модельных временных ряда, описывающих изменение амплитуды и частоты:

$$x_1(t) = \alpha(t) \cdot \sin(\omega t) \quad (15)$$

$$x_2(t) = \sin(\beta(t) \cdot \omega t), \quad (16)$$

198 где $\alpha(t), \beta(t)$ – изменяющиеся во времени коэффициенты.

199 Таким образом, можно сравнивать подходы с истинным значением фазы. Результаты
200 алгоритма на модельных рядах (15), (16) продемонстрированы на рис. 3 и 4 соответственно.

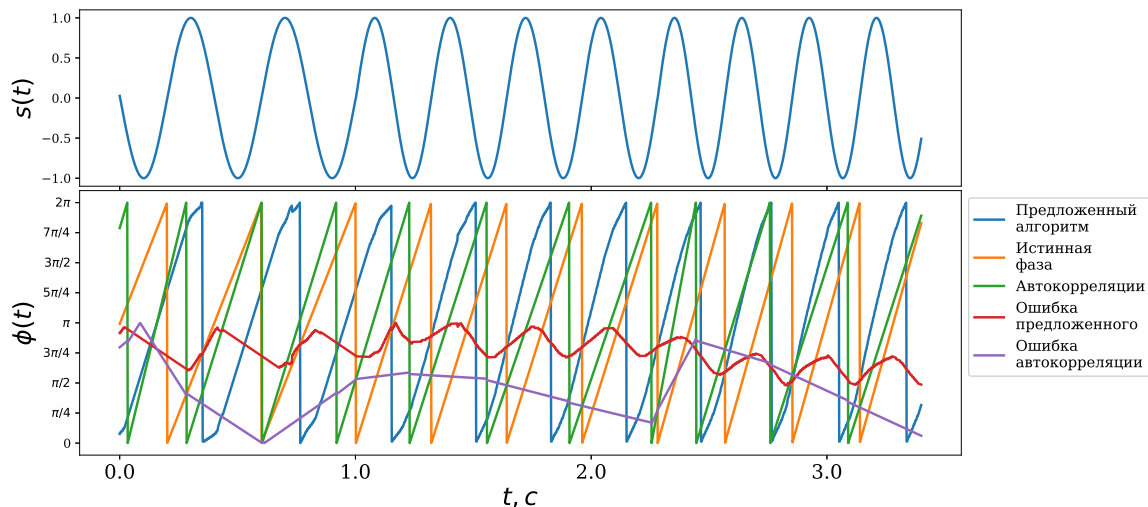


Рис. 3 Временной ряд с изменяющейся частотой

201
202 На основании приведённых экспериментов можно сделать однозначный вывод об
203 устойчивости предложенного алгоритма к изменению амплитуды. В случае с изменением
204 частоты видно периодическое изменение ошибки результатов модели, свидетельствующее
205 об изменении фазовой траектории исходного временного ряда. При сильных изменениях
206 - это может сделать восстановленную фазу неустойчивой (в смысле ошибки относительно
207 известной истинной фазы).

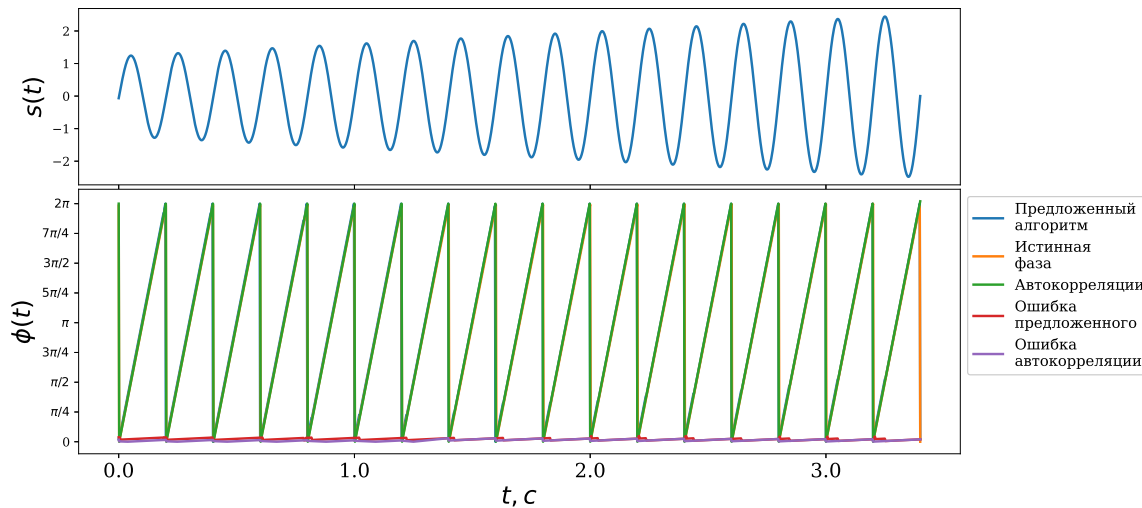


Рис. 4 Временной ряд с изменяющейся амплитудой

208 6 Заключение

209 В данной работе была рассмотрена задача восстановления фазы квазипериодического
 210 ряда движения человека. Была предложена модель, аппроксимирующая фазовую траек-
 211 торию. С помощью этой модели был сформулирован критерий оптимальной размерности
 212 траекторного подпространства. В пространстве сниженной размерности применяется ал-
 213 горитм определения фазы, предлагаемый в данной работе.

214 Был проведен вычислительный эксперимент для четырех типов движения. Определе-
 215 на оптимальная размерность фазового пространства, после чего восстанавливалась фаза
 216 временного ряда для каждого типа движения. Качество работы алгоритма сравнивалось с
 217 методом максимумов автокорреляционной функции. Дополнительно были проведены ис-
 218 следования устойчивости алгоритма к изменениям частоты и амплитуды исходного ряда
 219 на модельных примерах.

220 Литература

- 221 [1] Wooshik Kim and Monson H Hayes. The phase retrieval problem in x-ray crystallography.
 222 In *[Proceedings] ICASSP 91: 1991 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal*
 223 *Processing*, pages 1765–1768. IEEE, 1991.
- 224 [2] Herbert A Hauptman. The phase problem of x-ray crystallography. *Reports on Progress in*
 225 *Physics*, 54(11):1427, 1991.
- 226 [3] Rick P Millane. Phase retrieval in crystallography and optics. *JOSA A*, 7(3):394–411, 1990.
- 227 [4] C Fienup and J Dainty. Phase retrieval and image reconstruction for astronomy. *Image recovery:*
 228 *theory and application*, 231:275, 1987.

- 229 [5] Yu M Bruck and LG Sodin. On the ambiguity of the image reconstruction problem. *Optics*
230 *communications*, 30(3):304–308, 1979.
- 231 [6] Birger Seifert, Heinrich Stolz, and Manfred Tasche. Nontrivial ambiguities for blind frequency-
232 resolved optical gating and the problem of uniqueness. *JOSA B*, 21(5):1089–1097, 2004.
- 233 [7] Birger Seifert, Heinrich Stolz, Marco Donatelli, Dirk Langemann, and Manfred Tasche. Multilevel
234 gauss–newton methods for phase retrieval problems. *Journal of Physics A: Mathematical and*
235 *General*, 39(16):4191, 2006.
- 236 [8] R Jansi and R Amutha. A novel chaotic map based compressive classification scheme for
237 human activity recognition using a tri-axial accelerometer. *Multimedia Tools and Applications*,
238 77(23):31261–31280, 2018.
- 239 [9] Adil Mehmood Khan, Young-Koo Lee, Sungyoung Y Lee, and Tae-Seong Kim. A triaxial
240 accelerometer-based physical-activity recognition via augmented-signal features and a hierarchical
241 recognizer. *IEEE transactions on information technology in biomedicine*, 14(5):1166–1172, 2010.
- 242 [10] Andrey D Ignatov and Vadim V Strijov. Human activity recognition using quasiperiodic
243 time series collected from a single tri-axial accelerometer. *Multimedia tools and applications*,
244 75(12):7257–7270, 2016.
- 245 [11] Antonio Bevilacqua, Kyle MacDonald, Aamina Rangarej, Venessa Widjaya, Brian Caulfield, and
246 Tahar Kechadi. Human activity recognition with convolutional neural networks. In *Joint European*
247 *Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases*, pages 541–552. Springer,
248 2018.
- 249 [12] Yonggang Lu, Ye Wei, Li Liu, Jun Zhong, Letian Sun, and Ye Liu. Towards unsupervised
250 physical activity recognition using smartphone accelerometers. *Multimedia Tools and Applications*,
251 76(8):10701–10719, 2017.
- 252 [13] Francisco Javier Ordóñez and Daniel Roggen. Deep convolutional and lstm recurrent neural
253 networks for multimodal wearable activity recognition. *Sensors*, 16(1):115, 2016.
- 254 [14] Jian Sun, Yongling Fu, Shengguang Li, Jie He, Cheng Xu, and Lin Tan. Sequential human activity
255 recognition based on deep convolutional network and extreme learning machine using wearable
256 sensors. *Journal of Sensors*, 2018, 2018.
- 257 [15] Huaijun Wang, Jing Zhao, Junhuai Li, Ling Tian, Pengjia Tu, Ting Cao, Yang An, Kan Wang,
258 and Shancang Li. Wearable sensor-based human activity recognition using hybrid deep learning
259 techniques. *Security and Communication Networks*, 2020, 2020.
- 260 [16] JBJ Bussmann, YM Van de Laar, MP Neeleman, and HJ Stam. Ambulatory accelerometry to
261 quantify motor behaviour in patients after failed back surgery: a validation study. *Pain*, 74(2-
262 3):153–161, 1998.

- 263 [17] Bijan Najafi, Kamiar Aminian, Anisoara Paraschiv-Ionescu, François Loew, Christophe J Bula,
264 and Philippe Robert. Ambulatory system for human motion analysis using a kinematic sensor:
265 monitoring of daily physical activity in the elderly. *IEEE Transactions on biomedical Engineering*,
266 50(6):711–723, 2003.
- 267 [18] Agnes Grünerbl, Amir Muaremi, Venet Osmani, Gernot Bahle, Stefan Oehler, Gerhard Tröster,
268 Oscar Mayora, Christian Haring, and Paul Lukowicz. Smartphone-based recognition of states and
269 state changes in bipolar disorder patients. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*,
270 19(1):140–148, 2014.
- 271 [19] Xin Ma, Haibo Wang, Bingxia Xue, Mingang Zhou, Bing Ji, and Yibin Li. Depth-based human fall
272 detection via shape features and improved extreme learning machine. *IEEE journal of biomedical
273 and health informatics*, 18(6):1915–1922, 2014.
- 274 [20] Prayook Jatesiktat and Wei Tech Ang. Unsupervised phase extraction using dual autoencoder. In
275 *2017 International Conference on Advanced Computing and Applications (ACOMP)*, pages 71–76.
276 IEEE, 2017.
- 277 [21] Guo-zhen Yang, Bi-zhen Dong, Ben-yuan Gu, Jie-yao Zhuang, and Okan K Ersoy. Gerchberg–
278 saxton and yang–gu algorithms for phase retrieval in a nonunitary transform system: a comparison.
279 *Applied optics*, 33(2):209–218, 1994.
- 280 [22] Changliang Guo, Shi Liu, and John T Sheridan. Iterative phase retrieval algorithms. i:
281 optimization. *Applied optics*, 54(15):4698–4708, 2015.
- 282 [23] Prayook Jatesiktat, Dollaporn Anopas, and Wei Tech Ang. Unsupervised phase learning and
283 extraction from repetitive movements. In *2018 40th Annual International Conference of the IEEE
284 Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pages 227–230. IEEE, 2018.
- 285 [24] Anastasia Motrenko and Vadim Strijov. Extracting fundamental periods to segment biomedical
286 signals. *IEEE journal of biomedical and health informatics*, 20(6):1466–1476, 2015.
- 287 [25] AV Grabovoy and VV Strijov. Quasi-periodic time series clustering for human activity recognition.
288 *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 41(3):333–339, 2020.
- 289 [26] RICHARD Bellman. Dynamic programming, princeton univ. *Press Princeton, New Jersey*, 1957.
- 290 [27] Richard Bellman. Adaptive control processes: a guided tour princeton university press. *Princeton,
291 New Jersey, USA*, page 96, 1961.
- 292 [28] Kevin Beyer, Jonathan Goldstein, Raghu Ramakrishnan, and Uri Shaft. When is “nearest
293 neighbor” meaningful? In *International conference on database theory*, pages 217–235. Springer,
294 1999.
- 295 [29] Warren B Powell. *Approximate Dynamic Programming: Solving the curses of dimensionality*,
296 volume 703. John Wiley & Sons, 2007.

- 297 [30] Лукьянов Г. Н. *Оценивание параметров динамических процессов*. Университет ИТМО,
298 Санкт-Петербург, 2020.
- 299 [31] Георгий Николаевич Мальцев, Андрей Вячеславович Назаров, and Виктор Леонидович Яки-
300 мов. Алгоритм реконструкции фазового пространства динамической системы и его примене-
301 ние для разработки прогнозных моделей. *Информационно-управляющие системы*, (2 (69)),
302 2014.
- 303 [32] Карина Равилевна Усманова, ЮИ Журавлёв, КВ Рудаков, and ВВ Стрижов. Аппрокси-
304 мация фазовой траектории квазипериодических сигналов методом сферической регрессии.
305 *Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и киберне-*
306 *тика*, (4):40–46, 2020.
- 307 [33] Ralph W Gerchberg. A practical algorithm for the determination of phase from image and
308 diffraction plane pictures. *Optik*, 35:237–246, 1972.
- 309 [34] Prayook Jatesiktat, Guan Ming Lim, Christopher Wee Keong Kuah, and Wei Tech Ang.
310 Unsupervised phase learning and extraction from quasiperiodic multidimensional time-series data.
311 *Applied Soft Computing*, 93:106386, 2020.
- 312 [35] SUBHASH C KAK. Hilbert transformation for discrete data. *International Journal of Electronics*,
313 34(2):177–183, 1973.

314

Поступила в редакцию