

# Анализ свойств локальных моделей в задачах кластеризации точек квазипериодических временных рядов

Грабовой Андрей Валериевич

Московский физико-технический институт  
Факультет управления и прикладной математики  
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель д.ф.-м.н. В. В. Стрижов

*Москва*  
2019 г

**Цель:** предложить алгоритм поиска характерных квазипериодических сегментов внутри временного ряда, полученных при помощи мобильного акселерометра.

## Задачи

- 1 Предложить признаковое описание точек временного ряда.
- 2 Предложить функцию расстояния между точками временного ряда в новом признаковом описании, для их дальнейшей кластеризации.

## Исследуемая проблема

- 1 Понижение размерности пространства признаков. Построение признакового описания точек временного ряда.

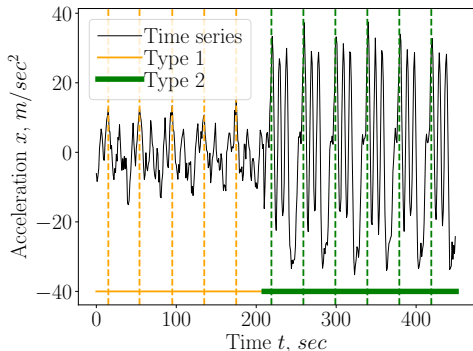
## Метод решения

Алгоритм поиска характерных сегментов основывается на методе главных компонент для локального снижения размерности сегмента фазовой траектории в окрестности каждой точки временного ряда. Главные компоненты рассматриваются как признаковое описание точек временного ряда.

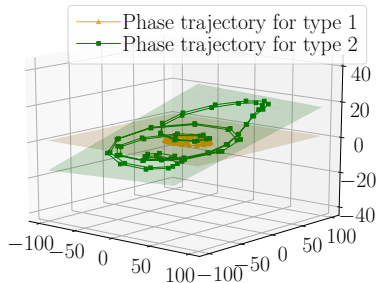
- ① *A. P. Motrenko, V. V. Strijov* Extracting fundamental periods to segment biomedical signals // *Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2015, 20(6). P. 1466–1476.
- ② *A.D. Ignatov, V. V. Strijov* Human activity recognition using quasi-periodic time series collected from a single triaxial accelerometer. // *Multimedia Tools and Applications*, 2015, P. 1–14.
- ③ *Y. G. Cinar and H. Mirisae* Period-aware content attention RNNs for time series forecasting with missing values // *Neurocomputing*, 2018. Vol. 312. P. 177–186.
- ④ *A. Olivares, J. Ramirez, J. M. Gorris, G. Olivares, M. Damas* Detection of (in)activity periods in human body motion using inertial sensors: A comparative study. // *Sensors*, 12(5):5791–5814, 2012.

Сегмент — последовательность точек временного ряда, которая относится к одному характерному физическому действию человека: шаг, прыжок.

Цепь — последовательность сегментов, которые образуют квазипериодическую последовательность точек.



(a)



(b)

а) временной ряда разбитый на сегменты; б) проекции на плоскость фазовых траекторий временного ряда, которые относятся к Type 1 и Type 2.

Предположения:

- число различных типов сегментов внутри временного ряда известно и равно  $K$ ,
- для всех  $\mathbf{v} \in \mathcal{V}$  выполняется  $|\mathbf{v}| \leq T$ , где  $|\mathbf{v}|$  длина сегмента,
- для всех  $i$  либо  $[\mathbf{v}_{i-1}, \mathbf{v}_i]$  либо  $[\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_{i+1}]$  является цепью.

Строится отображение

$$a : t \rightarrow \mathbb{Y} = \{1, \dots, K\},$$

где  $t \in \{1, \dots, N\}$  некоторый момент времени, на котором задан временной ряд. Требуется, чтобы отображение  $a$  удовлетворяло следующим свойствам:

$$\begin{cases} a(t_1) = a(t_2), & \text{если в моменты } t_1, t_2 \text{ совершается один тип действий,} \\ a(t_1) \neq a(t_2), & \text{если в моменты } t_1, t_2 \text{ совершаются разные типы действий.} \end{cases}$$

Задаана ассессорская разметка точек временного ряда:

$$\mathbf{y} \in \{1, \dots, K\}^N.$$

Ошибка алгоритма  $a$  на временном ряде  $\mathbf{x}$ :

$$S = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y_t \neq a(t)],$$

где  $t$  — момент времени,  $y_t$  ассессорская разметка  $t$ -го момента времени для заданного временного ряда.

Фазовая траектория ряда  $\mathbf{x}$ :

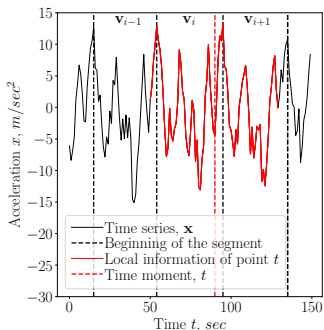
$$\mathbf{H} = \{\mathbf{h}_t | \mathbf{h}_t = [x_{t-T}, x_{t-T+1}, \dots, x_t], T \leq t \leq N\},$$

где  $\mathbf{h}_t$  — точка фазовой траектории.

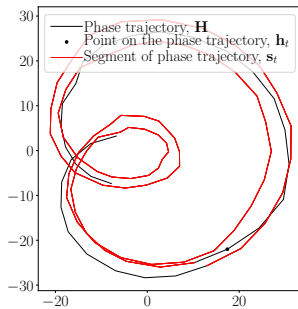
Множество сегментов фазовой траектории:

$$\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_t = [\mathbf{h}_{t-T}, \mathbf{h}_{t-T+1}, \dots, \mathbf{h}_{t+T-1}], 2T \leq t \leq N - T\},$$

где  $\mathbf{s}_t$  — это сегмент фазовой траектории в окрестности момента времени  $t$ .



(a)



(b)

Множество базисов, полученных методом главных компонент для каждого сегмента фазовой траектории:

$$\mathbf{W} = \{\mathbf{W}_t | \mathbf{W}_t = [\mathbf{w}_t^1, \mathbf{w}_t^2]\}, \quad \mathbf{\Lambda} = \{\boldsymbol{\lambda}_t | \boldsymbol{\lambda}_t = [\lambda_t^1, \lambda_t^2]\},$$

где  $[\mathbf{w}_t^1, \mathbf{w}_t^2]$  и  $[\lambda_t^1, \lambda_t^2]$  это базисные векторы и соответствующие им собственные числа для сегмента фазовой траектории  $\mathbf{s}_t$ .

Далее  $\mathbf{W}_t$  и  $\boldsymbol{\lambda}_t$  рассматриваются как признаковое описанием момента  $t$ .

Для кластеризации точек временного ряда, вводится расстояние в предложенном признаковом описании данного ряда. Расстояние между элементами  $\mathbf{W}_{t_1}, \mathbf{W}_{t_2}$ :

$$\rho(\mathbf{W}_{t_1}, \mathbf{W}_{t_2}) = \max \left( \max_{\mathbf{e}_2 \in \mathbf{W}_{t_2}} d_1(\mathbf{e}_2), \max_{\mathbf{e}_1 \in \mathbf{W}_{t_1}} d_2(\mathbf{e}_1) \right),$$

где  $\mathbf{e}_i$  это базисный вектор пространства  $\mathbf{W}_i$ , а  $d_i(\mathbf{e})$  является расстоянием от вектора  $\mathbf{e}$  до пространства  $\mathbf{W}_i$ .

Расстояние между элементами  $\mathbf{W}_{t_1}, \mathbf{W}_{t_2}$ :

$$\rho(\mathbf{W}_{t_1}, \mathbf{W}_{t_2}) = \max_{\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subset \mathbf{W}_{t_1} \cup \mathbf{W}_{t_2}} V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}),$$

где  $\mathbf{W}_{t_1} \cup \mathbf{W}_{t_2}$  это объединение базисных векторов первого и второго пространства,  $V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  — объем параллелепипеда построенного на векторах  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ , которые являются столбцами матрицы  $\mathbf{W}_{t_1} \cup \mathbf{W}_{t_2}$ .

Расстояние между собственными числами:

$$\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^T (\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Расстояние между точками временного ряда:

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2) + \rho(\lambda_1, \lambda_2).$$

Матрица попарных расстояний:

$$\mathbf{M} = \mathbb{R}_+^{N \times N}.$$

Используя матрицу попарных расстояний выполняется кластеризация точек временного ряда.

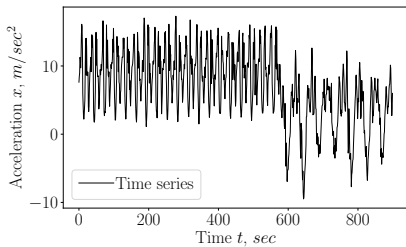


- Physical Motion — ряды получены при помощи мобильного акселерометра. Характерные действия: ходьба, бег, приседания.
- Synthetic — синтетические временные ряды.

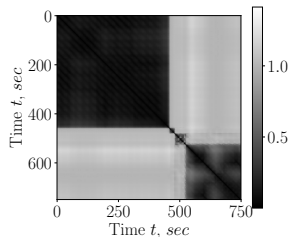
Ряд, $x$	Длина, $N$	Сегментов, $K$	Период, $T$	Ошибка, $S$
Physical Motion 1	900	2	50	0.03
Physical Motion 2	900	2	35	0.08
Physical Motion 3	900	2	30	0.09
Physical Motion 4	800	2	50	0.01
Synthetic 1	2000	3	40	0.008
Synthetic 2	2000	2	40	0.06
Synthetic 3	2000	2	40	0.03
Synthetic 4	2000	2	40	0.03
Synthetic 5	2000	2	40	0.04
Simple	1000	2	135	0.14

- $N$  — число точек во временном ряде,
- $K$  — число различных действий во временном ряде,
- $T$  — максимальная длина сегмента,
- $S$  — точность кластеризации.

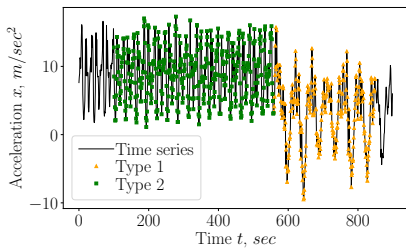
# Пример кластеризации точек временного ряда



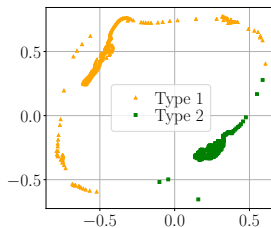
(a)



(b)



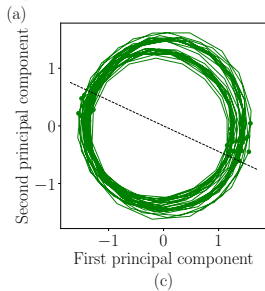
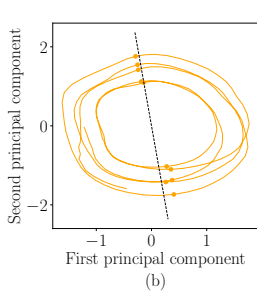
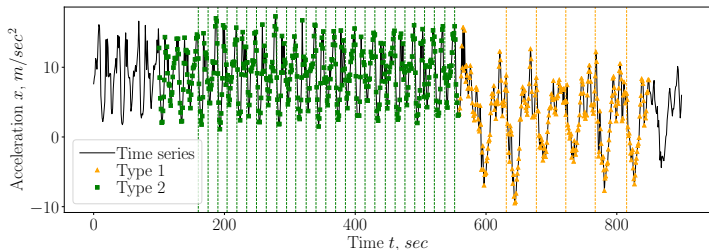
(c)



(d)

a) начальный временной ряд; b) матрица попарных расстояний; c) кластеризация точек ряда; d) Multidimensional Scaling для матрицы попарных расстояний.

# Пример сегментации временного ряда



а) сегментация ряда; б) фазовая траектория для второго действия; с) фазовая траектория для первого действия.

- 1 Предложен алгоритм поиска характерных сегментов, который основывается на методе главных компонент для локального снижения размерности
- 2 Введена функция расстояния между локальными базисами в каждый момент времени, которые интерпретировались как признаковое описание точки временного ряда. Данная функция является метрикой.
- 3 В ходе эксперимента, на реальных показаниях акселерометра, а также на синтетических данных, было показано, что предложенный метод измерения расстояния между базисами хорошо разделяет точки которые принадлежат различным действиям, что приводит к хорошей кластеризации объектов.
- 4 Также в эксперименте была проведена полная сегментация временных рядов для каждого кластера по отдельности.

Планируется решить задачу нахождения минимального размера фазового пространства, для которого фазовая траектория не имеет самопересечений.

- ① *Грабовой А. В., Бахтеев О. Ю., Стрижов В. В.* Определение релевантности параметров нейросети // Информатика и ее применения, 2019, 13(2).
- ② *Грабовой А. В., Стрижов В. В.* Анализ свойств локальных моделей в задачах кластеризации квазипериодических временных рядов // (в процессе)
- ③ *Гадаев Т. Т., Грабовой А. В., Мотренко А. П., Стрижов В. В.* Численные методы оценки объема выборки в задачах регрессии и классификации // (в процессе)
- ④ *Бучнев Т. Т., Грабовой А. В., Гадаев Т. Т., Стрижов В. В.* Раннее прогнозирование достаточного объема выборки для обобщенно линейной модели // (в процессе)
  
- ① 12 октября 2018. ИОИ-2018. Автоматическое определение релевантности параметров нейросети.
- ② 29 ноября 2019. 61-я Всероссийская научная конференция МФТИ. Поиск оптимальной модели при помощи алгоритмов прореживания.