

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В.ЛОМОНОСОВА

Факультет Вычислительной математики и кибернетики

Курс «Прикладная алгебра» (5 семестр, III поток)

Теоретический минимум к экзамену

Знание ответов на все из нижеследующих вопросов является необходимым (но не достаточным) условием получения положительной оценки на экзамене.

1. Группы. Подгруппа, фактор-группа, индекс группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.
2. Циклические группы. Структура подгрупп циклической группы, порождающие элементы, их количество и нахождение.
3. Кольца. Идеалы колец и фактор-кольца. Евклидовы кольца. Примеры.
4. Поля. Характеристика поля. Построение конечных полей с помощью неприводимых многочленов. Полиномиальное и степенное представление элементов поля. Примеры.
5. Многочлены над полем F_p . Неприводимые многочлены и их нахождение. Лемма о числе неприводимых нормированных многочленов над F_p .
6. Минимальные многочлены над F_p для элементов из F_p^n . Нахождение минимального многочлена.
7. Алгоритм нахождения всех корней многочлена над полем F_p .
8. Теорема Хэмминга. Коды Хэмминга, пример построения кода Хэмминга.
9. Систематическое кодирование. Линейные (групповые) и циклические коды: определение и свойства.
10. Определение и свойства кодов БЧХ.
11. Действие группы на множестве. Фиксатор и стабилизатор. Примеры.
12. Лемма Бёрнсайда и её применение.
13. Группы диэдра. Группы вращений правильных многогранников.
14. Цикловой индекс действия группы на множестве.
15. Теорема Редфилда-Пойа и её применение.
16. Частично упорядоченные (ч.у.) множества. Экстремальные элементы, порядковые идеалы и фильтры, конусы, точные грани ч.у. множеств.
17. Теорема Шпильрайна. Линейные продолжения и размерность ч.у. множества.
18. Решётки. Неприводимые элементы решётки, решёточные идеалы и фильтры. Модулярные и дистрибутивные решётки, критерии модулярности и дистрибутивности решётки.
19. Решётка порядковых идеалов ч.у. множества.
20. Фундаментальная теорема о конечных дистрибутивных решётках.