

Домашнее задание по материалу 9-го семинара.
ММП, осень 2012–2013
5 декабря

1. Допустим, мы выбрали ядровую функцию $K(\cdot, \cdot)$. Как нам преобразовать это ядро в новое $\tilde{K}(\cdot, \cdot)$, которое бы работало в спрямляющем пространстве с нормированными объектами?
2. На рисунке 1 приведена двухмерная обучающая выборка с двумя классами. Оказывается, эти точки можно безошибочно классифицировать с помощью следующего ядра:

$$K(\mathbf{x}'\mathbf{x}'') = \frac{\langle \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \rangle}{\|\mathbf{x}'\| \|\mathbf{x}''\|}.$$

- а) Какое спрямляющее пространство \mathcal{H} соответствует этому ядру? Укажите соответствующее отображение $\psi_{\mathcal{H}}: \mathbb{X} \rightarrow \mathcal{H}$ в явном виде.

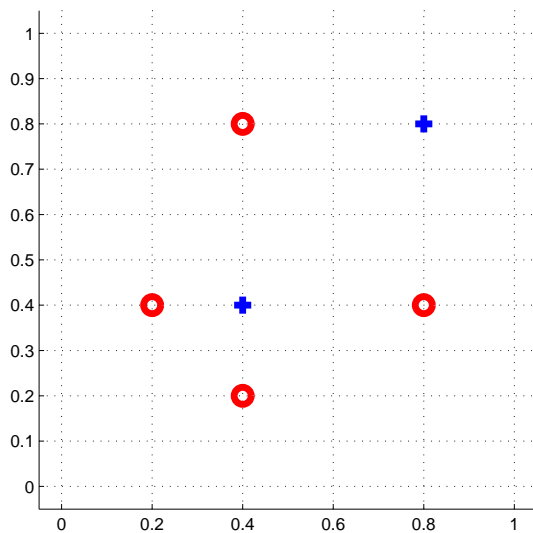


Рис. 1: Обучающая выборка

- б) Изобразите на отдельном рисунке расположение точек обучающей выборки в новом признаковом пространстве.

- в) Теперь убедитесь, что в новом признаковом пространстве \mathcal{H} существует линейная поверхность $\langle \mathbf{w}_0^*, \psi_{\mathcal{H}}(\mathbf{x}) \rangle - w_0^* = 0$, без ошибок разделяющая точки обучающей выборки. Проведите ее на том же рисунке.
- г) Изменится ли значение *дискриминантной* функции $y(\mathbf{x}) = (\langle \mathbf{w}^*, \psi_{\mathcal{H}}(\mathbf{x}) \rangle - w_0^*)$ найденного линейного классификатора, если мы посчитаем ее значение в точке $s\mathbf{x}$, $s > 0$?
- д) Теперь изобразите найденную разделяющую поверхность в исходных координатах — на рисунке 1.
3. Вы используете ядровую функцию $K(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')$. Можно ли, не зная явного вида отображения в соответствующее спрямляющее пространство, вычислить попарные расстояния между объектами обучающей выборки в новом признаковом пространстве?