УДК 519.687.6:519.7

АЛГОРИТМ ГОЛОСОВАНИЯ ПО МНОЖЕСТВУ ОПЕРАТОРОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК КОНТИНУАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ

О. В. Сенько

(Москва)

Предлагается метод вычисления оценки принадлежности объекта некоторому классу путем голосования по множеству операторов вычисления оценок континуальной мощности.

Пусть дано множество допустимых объектов $\{S\}$. Для каждого объекта из $\{S\}$ задано его описание $I(S)$. Множество $\{S\}$ является объединением двух непересекающихся множеств K_1 и K_2, называемых классами. Задана также выборка $\tilde{S}_{об}=\{S_1, S_2, \ldots, S_m\}$ объектов из $\{S\}$, для которых известно, к какому классу они принадлежат. Иными словами задан информационный вектор $\bar{\alpha}(\tilde{S}_{об})=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$ $\alpha_i \in \{0, 1\}$. Причем $\alpha_i=1$, если $S_i \in K_1$, и $\alpha_i=0$, если $S_i \in K_2$. $\tilde{S}_{об}$ в дальнейшем будем называть обучающей выборкой. Множество, состоящее из информационного вектора $\bar{\alpha}(\tilde{S}_{об})$ и множества описаний объектов из $\tilde{S}_{об}$, $I(\tilde{S}_{об})=(I \subset S_1), I(S_2), \ldots, I(S_m))$ называется стандартной обучающей информацией.

Пусть задано также множество алгоритмов $\tilde{A}$, вычисляющих по стандартной обучающей информации и описанию произвольного объекта S' из $\{S\}$ величину $\beta(S')$, принадлежащую множеству $\{0, 1, \Delta\}$, где Δ соответствует отказу от распознавания, 1 и 0 соответствуют отнесению объекта S' в классы K_1 и K_2, соответственно.

Предполагается, что задана также выборка $\tilde{S}_k$ объектов из $\{S\}$, для которой ее информационный вектор известен. Выборку $\tilde{S}_k$ в дальнейшем будем называть контрольной. $\tilde{S}_k$ и $\tilde{S}_{об}$ могут пересекаться.

Алгоритм A называется корректным, если

$$A(I(\tilde{S}_{об}), \bar{\alpha}(\tilde{S}_{об}), I(S))=\alpha(S)$$

для любого $S \in \tilde{S}_k$.

Обозначим через $\tilde{A}_k(\tilde{S}_k)$ множество всех корректных алгоритмов.

Рассмотрим объект $S' \notin \tilde{S}_k$. Пусть $\tilde{A}_k'(S', \tilde{S}_k)$ — множество алгоритмов из $\tilde{A}_k(S_k)$, относящих объект S' к классу K_1, и

$\tilde{A}_k^2(S', S_k)$ — множество алгоритмов, относящих объект S' к классу K_2. Очевидно, что $\tilde{A}_k^1 \cap \tilde{A}_k^2=\varnothing$.

Если множество $\tilde{A}_k$ конечно, то при классификации объекта S' можно применить принцип голосования и использовать такую оценку принадлежности объекта S' классу K_1

$$b(S', \tilde{A})=\frac{|\tilde{A}_k^1|}{|\tilde{A}_k|}. \tag{1}$$

В конкретных моделях алгоритмов алгоритм распознавания выполняется в два этапа [1]. На первом этапе набор $(I(\tilde{S}_{об}), \bar{\alpha}(\tilde{S}_{сб}), I(S'))$, где $S' \in \{S\}$ переводится в пару действительных чисел $a_1(S')$ и $a_2(S')$, которые называются оценками объекта S' за класс K_1 и за класс K_2, соответственно. На втором применяется решающее правило, которое вычисляет по $a_1(S')$ или по $a_2(S')$ величину $\beta(S')$. Оператор R, переводящий набор $(I(\tilde{S}_{об}), \bar{\alpha}(\tilde{S}_{об}), I(S'))$ в пару действительных чисел $a_1^R(S')$, $a_2^R(S')$ называется распознающим оператором.

Пусть $\tilde{R}$ — некоторое множество распознающих операторов. На множестве $\tilde{R}$ зададим функционал $f(\tilde{S}_k, R)$, характеризующий качество разделения объектов классов K_1 и K_2 из контрольной выборки операторами из $\tilde{R}$.

$$f(\tilde{S}_k, R)=\sum_{j=1}^{q}[\alpha(S^j)-\hat{\alpha}(S^j)][a_1^R(S^j)-a_2^R(S^j)]/\lambda(S^j)+c_1.$$

c_1 — произвольная положительная константа $\hat{\alpha}(S^j)=1-\alpha(S^j)$

$$\lambda(S^j)=\begin{cases}|K_1 \cap \tilde{S}_k|, & \text{если } S^j \in K_1\\ |K_2 \cap \tilde{S}_k|, & \text{если } S^j \in K_2.\end{cases}$$

Суммирование проводится по всем объектам контрольной выборки. Если множество $\tilde{R}$ конечно, то в качестве оценки степени принадлежности объекта S' классу K_1 можно предложить функционал

$$\tilde{b}_1(S', \tilde{R})=$$

$$=\left\{\sum_{R \in \tilde{R}} f(\tilde{S}_k, R)\cdot[a_1^R(S')-a_2^R(S')+c_2]\right\}\Big/\left[\sum_{R \in \tilde{R}} f(\tilde{S}_k, R)\right], \tag{2}$$

где c_2 — произвольная положительная константа.

Числитель и знаменатель в формуле (2) имеют смысл, аналогичный смыслу числителя и знаменателя в формуле (1).

Предположим теперь, что в качестве множества $\tilde{R}$ берется некоторая модель распознающих операторов, зависящих от набора непрерывных параметров.

Пусть операторы некоторой модели M зависят от параметров $p_1, p_2, \ldots, p_n$, принимающих значения из интервалов $(p_1^-, p_1^+), (p_2^-, p_2^+), \ldots, (p_{nu}^-, p_n^+)$, соответственно.

Разобьём каждый из интервалов (p_i^-, p_i^+) на k равных интервалов. Тогда область допустимых значений вектора параметров $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ в n-мерном пространстве разобьётся на k^n параллелепипедов равного объёма.

Пусть N_k — множество точек в n-мерном пространстве такое, что для каждого параллелепипеда в N_k существует точка, принадлежащая этому параллелепипеду и никакие две точки не принадлежат одному и тому же параллелепипеду. Множеству точек N_k соответствует множество распознающих операторов $\tilde{R}_k$.

При $k \to \infty$ $\tilde{b}_1(S', \tilde{R}_k) \to \tilde{\tilde{b}}(S', M)$

$$\tilde{\tilde{b}}(S', M) = \left[\int_{p_1^-}^{p_1^+} \cdots \int_{p_n^-}^{p_n^+} f(\tilde{S}_k, p_1, p_2, \ldots, p_n) \times [a_1^R(S', p_1, p_2, \ldots, p_n) - a_2^R(S', p_1, p_2, \ldots, p_n) + c_2]\, dp_1 dp_2 \ldots dp_n\right] \Big/ \left[\int_{p_1^-}^{p_1^+} \cdots \int_{p_n^-}^{p_n^+} f_1(\tilde{S}_k, p_1, p_2, \ldots, p_n) \times dp_1 dp_2 \ldots dp_n\right]. \qquad (3)$$

Рассмотрим модель M^0, принадлежащую к классу моделей вычисления оценок. Напомним основные понятия, используемые при построении операторов вычисления оценок. Предполагается, что произвольный объект S^j может быть описан с помощью вектора признаков $\tilde{x}^j = (x_1^j, x_2^j, \ldots, x_{l'}^j)$. Каждый из признаков x_i принимает значения из интервала (x_i^-, x_i^+). $\theta_i = \rho_i(x_i^-, x_i^+)$

Под опорным множеством понимается некоторое подмножество множества признаков.

Пусть $\varepsilon_i \geqslant 0$, $i = 1, 2, \ldots, l'$. Функция близости $B_{\tilde{\omega}}(S_u, S_t)$, где $\tilde{\omega}$ обозначает опорное множество, а S_u, S_t — объекты из $\{\tilde{S}\}$, определяется следующим образом.

Пусть $l_1, l_2, \ldots, l_{n(\tilde{\omega})}$ — номера признаков, принадлежащих $\tilde{\omega}$. $B_{\tilde{\omega}}(S_u, S_t) = 1$, если выполняется система неравенств

$$\rho_{l_i}(x_{l_i}^u, x_{l_i}^t) \leqslant \varepsilon_{l_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, n(\tilde{\omega}),$$

где ρ_{l_i} — некоторая метрика, заданная на множестве допустимых значений l_i-го признака. В противном случае

$B_{\tilde{\omega}}(S_u, S_t) = 0.$

Каждому объекту S_i из $\tilde{S}_{об}$ сопоставляется числовой параметр γ_i, а каждому опорному множеству из некоторой системы опорных множеств $\{\tilde{\omega}\}$ сопоставляется числовой параметр $p_{\tilde{\omega}}$.

Оценка объекта S' по классу K_1 в модели M^0 вычисляется по формуле

$$a(S') = \sum_{S_i \in \tilde{S}_{об}} \sum_{\tilde{\omega} \in \{\tilde{\omega}\}} [\alpha(S_i) - \hat{\alpha}(S_i)] \cdot [B_{\tilde{\omega}}(S_i, S') - \hat{B}_{\tilde{\omega}}(S_i, S')],$$

где $\hat{B}_{\tilde{\omega}}(S_i, S') = 1 - B_{\tilde{\omega}}(S_i, S')$.

Рассмотрим множество операторов $E_1(\bar{\varepsilon}^0)$ из модели M^0, для которых параметры принимают значения из следующих множеств. Параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{l'}$ фиксированны и $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2^0, \ldots, \varepsilon_{l'} = \varepsilon_{l'}^0$. Параметры $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_m$ и $p_1, p_2, \ldots, p_r$ принимают значения из интервала $(-1, +1)$. Множество $\{\tilde{\omega}\} = \{\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \ldots, \tilde{\omega}_r\}$.

Оценка принадлежности объекта S' классу K_1 по множеству операторов модели $E_1(\bar{\varepsilon}^0)$ равняется

$$\tilde{\tilde{b}}[S', E_1(\bar{\varepsilon}^0)] = \left[\int_{-1}^{+1} \cdots \int_{-1}^{+1} F_1 d\gamma_1 \ldots d\gamma_m dp_1 \ldots dp_n\right] \Big/ \left[\int_{-1}^{+1} \cdots \int_{-1}^{+1} F_2 d\gamma_1 \ldots d\gamma_m dp_1 \ldots dp_r\right],$$

где

$$F_1 = \left\{c_1 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{q} \sum_{l=1}^{r} [\alpha(S^j) - \hat{\alpha}(S^j)][\alpha(S_i) - \hat{\alpha}(S_i)] \times [B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j) - \hat{B}_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j)]\, \gamma_i p_l / \lambda(S^j)\right\} \times \left\{\sum_{i=1}^{m} \sum_{l=1}^{r} [\alpha(S_i) - \hat{\alpha}(S_i)][B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S') - \hat{B}_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S')] + c_2\right\}.$$

$$F_2 = c_1 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{q} \sum_{l=1}^{r} [\alpha(S_i) - \hat{\alpha}(S_i)] \times [\alpha(S^j) - \hat{\alpha}(S^j)] \cdot [B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j) - \hat{B}_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j)]\, \gamma_i p_l / \lambda(S^j).$$

Исходя из того, что $\int\limits_{-1}^{+1} x dx = 0$ $\int\limits_{-1}^{+1} x^2 dx = 2/3$ получаем

$$\int\limits_{-1}^{+1} \cdots \int\limits_{-1}^{+1} \gamma_i \gamma_{i'} p_l p_{l'} d\gamma_1 \ldots d\gamma_m dp_1 \ldots dp_r =$$

$$= [(2^{m+r-2})/9]\, \delta(i-i')\, \delta(l-l'),$$

где $\delta(x)=1$ при $x=0$ и $\delta(x)=0$ в противном случае. Откуда получаем

$$\tilde{\tilde{b}}[S', E_1(\bar{\varepsilon}^0)] = [1/(36 \cdot c_1)] \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{g} \sum_{l=1}^{r} [[\alpha(S^j) - \hat{\alpha}(S^j)] \times$$

$$\times [B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j) - \hat{B}_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j)] \times$$

$$\times [B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S') - \hat{B}_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S')] / \lambda(S^j)] = \tilde{b}'[S', E_1(\bar{\varepsilon}^0)] + C_3.$$

$$\tilde{b}'[S', E_1(\bar{\varepsilon}^0)] = [1/(9 \cdot c_1)] \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{q} \sum_{l=1}^{r} [[\alpha(S^j) - \hat{\alpha}(S^j)] \times$$

$$\times B_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S^j)\, E_{\tilde{\omega}_l}(S_i, S') / \lambda(S^j)],$$

где C_3 не зависит от S'.

Рассмотрим теперь подмножество E_0 множества операторов M^0. Параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{l'}$ в операторах из E_0 принимают значения из интервалов $(0, \theta_1), (0, \theta_2), \ldots, (0, \theta_{l'})$, соответственно. Параметры $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_m$ и $p_1, p_2, \ldots, p_r$ принимают значения из интервала $(-1, +1)$. Мы будем вычислять оценку принадлежности $\tilde{b}''(S', E_0)$ объекта S' классу K_1 согласно формуле (3). При интегрировании следует учесть, что

$$B_{\tilde{\omega}}(S_u, S')\, B_{\tilde{\omega}}(S_i, S^v) = 1$$

тогда и только тогда, когда выполняется система неравенств

$$\varepsilon_{k_i} \geqslant T_{uvk_i} = \max[\rho_{k_i}(x_{uk_i}, x^v_{k_i}), \rho_{k_i}(x_{uk_i}, x'_{k_i})],$$

$$\tilde{\omega} = \{k_1, k_2, \ldots, k_{n(\tilde{\omega})}\}, \quad i = 1, 2, \ldots, n(\tilde{\omega}).$$

Для $\tilde{b}''(S', E_0)$ была получена формула

$$\tilde{b}''(S', E_0) = [1/(9 \cdot c_1)] \sum_{u=1}^{m} \sum_{v=1}^{q} \sum_{l=1}^{r} \left\{ \left\{ \prod_{i=1}^{n(\tilde{\omega})} [(\theta_{k_i} - T_{uvk_i})/\theta_{k_i}] \right\} \times \right.$$

$$\left. \times [\alpha(S^v) - \hat{\alpha}(S^v)] / \lambda(S^v) \right\} - c_4,$$

где c_4 не зависит от S'.

Вычисление значения предиката $P(S') = "S' \in K_1"$ по величине соответствующей оценки принадлежности производится с помощью обычного решающего правила [1]. Параметры решающего правила устанавливаются по набору значений оценок принадлежности объектов контрольной выборки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Журавлев Ю. И.* Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации. Проблемы кибернетики: Сб. статей. М.: Наука, 1978, Вып. 33 с. 5—68

ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЙ, КОРРЕКТНЫХ ДЛЯ ЗАДАННОЙ КОНТРОЛЬНОЙ ВЫБОРКИ

Ю. С. Вишняков, П. П. Кольцов, Б. С. Сулейманов

(Москва, Баку)

Рассматривается корректный алгоритм распознавания. Изображения объектов рассматриваются как совокупность матриц $u \times u$, элементы которых принимают конечное число значений. За исходное множество алгоритмов принимается подкласс алгоритмов, основанных на вычислении оценок.

§ 1. ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА, ОСНОВАННОГО НА ВЫЧИСЛЕНИИ ОЦЕНОК ДЛЯ ОБРАБОТКИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЙ

1. Рассмотрим совокупность $\tilde{U}$ неотрицательных целочисленных матриц размерности $L \times N$. На этом множестве определим множество U допустимых объектов следующим образом: $\|S_{uv}\|_{L \times N} \in U$, $u = 1, 2, \ldots, L$, $V = 1, 2, \ldots, N$, если $S_{uv} \notin U_0$, где U_0 — некоторый конечный отрезок множества неотрицательных целых чисел.

Всюду в дальнейшем будем рассматривать допустимые объекты. Разобьем допустимый объект на совокупность подобъектов $\| S_{uv} \|^i_{u \times u}$, $i = 1, 2, \ldots, N_0$, где $N_0 = \left[\frac{L}{u}\right] \times \left[\frac{N}{u}\right]$,