

Машинное обучение. Домашнее задание №1

Задача 0.1. Пусть X и Y — случайные величины, связанные соотношением $Y = aX + b$. Вычислите коэффициент корреляции между X и Y .

Задача 0.2. Пусть задан линейный оператор A :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найдите его матрицу в базисе из собственных векторов.

Задача 1.1. Покажите, что область, в которой все точки имеют одинаковых k ближайших соседей, представляет собой выпуклый многогранник (для евклидовой метрики).

Задача 1.2. Вычислите отношение объема шара с центром в нуле и единичным диаметром к объему единичного гиперкуба с центром в нуле в 100-мерном пространстве.

Допустим, объекты выборки выбираются равномерно из этого гиперкуба. Какого размера в среднем должна быть выборка, чтобы внутри вписанного в гиперкуб шара оказался хотя бы один объект?

Подсказка: объем шара равен $\frac{\pi^{d/2} (\frac{1}{2})^d}{(\frac{d}{2})!}$ для четных d .

Задача 1.3. Изобразите линии уровня манхэттенской метрики ($p = 1$) в двумерном пространстве ($d = 2$).