

Определение вида и параметров искажений изображения по Фурье-спектру сигнала

П.А. Чочиа

Институт проблем передачи информации РАН, Москва

e-mail: chochia@iitp.ru

ММРО-2019 Москва



a



b



c



d

Задача: определение вида и параметров искажения изображения на основе анализа наблюдаемого сигнала (задача «слепого оценивания»).

Ограничения: исследуется диагностика линейного однородного оператора свертки, соответствующего одному из следующих видов искажений:

- b) круговое рассеяние прямоугольного профиля;
- c) линейный смаз;
- d) круговое рассеяние Гауссова профиля.



a



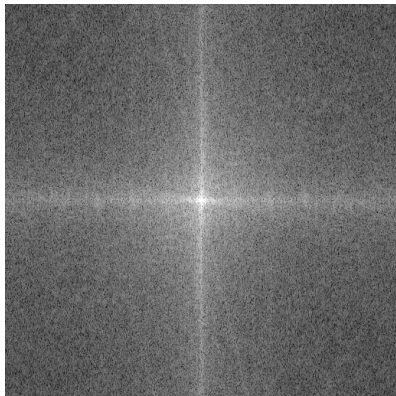
b



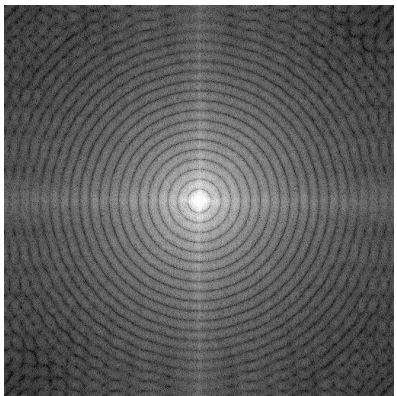
c



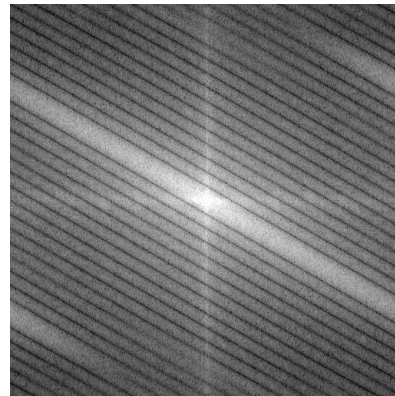
d



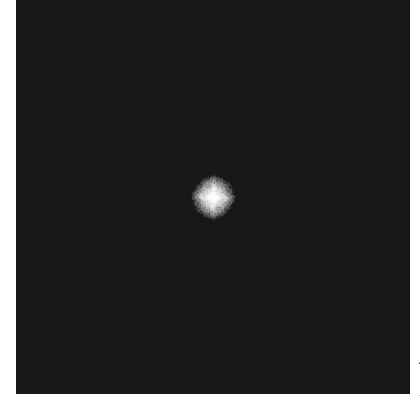
e



f



g



h

Подход: диагностика на основе анализа профиля амплитуды спектра изображения.

Модель искажающего оператора

Процесс регистрации изображения описывается следующей формулой:

$$f(x, y) = \gamma \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u, v) h(x, y, u, v) du dv \right\} + \xi(x, y);$$

$g(u, v)$ и $f(x, y)$ — исходный и регистрируемый сигналы, $h(x, y, u, v)$ — искажающий оператор, $\gamma\{\cdot\}$ задает нелинейность, а ξ — некоррелированный шум.

Для линейного однородного процесса $h(x, y, u, v) = h(x-u, y-v)$ и $\gamma\{x\} = x$; тогда

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u, v) h(x-u, y-v) du dv + \xi(x, y).$$

Или, в спектральном виде:

$$F(\omega) = H(\omega)G(\omega) + \Xi(\omega) \quad (\omega = \{\omega_x, \omega_y\}).$$

В анализе будут использоваться следующие особенности амплитуд спектров:

- спектр $G(\omega)$ не имеет специфических особенностей;
- спектр $\Xi(\omega)$ можно считать постоянным;
- спектры $H(\omega)$ уникальны для конкретных операторов $h(x, y)$.

Средний профиль модуля спектральной плотности

Два из трех рассматриваемых искажений — центрально симметричные. Следовательно, каждое центральное сечение спектра $F(\omega)$ искаженного изображения содержит одинаковую информацию об искажении, но разную информацию об изображении $G(\omega)$.

Пусть $M(\omega, \varphi)$ — амплитуда спектра $F(\omega)$ в полярных координатах (ω, φ) . Усредняя $M(\omega, \varphi)$ по φ получим *средний радиальный профиль* модуля спектральной плотности изображения (СРПМСП) $P(\omega)$:

$$P(\omega) = \int_{\varphi} M(\omega, \varphi) d\varphi / 2\pi\omega$$

или, в дискретном виде,

$$P(\omega) = \sum_{C(\omega)} M(\omega_x, \omega_y) / N(\omega)$$

Здесь $(\omega_x, \omega_y) \in C(\omega)$; $C(\omega)$ — элементарное кольцо среднего радиуса ω и ширины $\Delta\omega$, покрывающее $N(\omega)$ точек.

На изображениях СРПМСП $P(\omega)$ быстро убывает при увеличении ω , поэтому в анализе используется значение его логарифма: $\log P(\omega)$.

1. Круговое рассеяние

Центрированный оператор кругового рассеяния прямоугольного профиля:

$$h_C(x,y) = \begin{cases} 1/(\pi r^2) & x^2 + y^2 \leq r^2; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Амплитуда спектра одномерного и единичного на $-r \leq x \leq r$ сигнала равна $S(\omega) = 2r |\sin(\omega r)| / (\omega r)$. Она равна нулю в точках $\omega = \pm \rho n$, $\rho = \pi/r$.

Спектр $h_C(x,y)$ содержит концентрические кольца соответствующих радиусов.

Для определения периода ρ и радиуса r можно использовать кепстр:

$$C(q_1, q_2) = |\mathcal{F}^{-1} \{ \log |S(\omega_x, \omega_y)|^2 \}|.$$

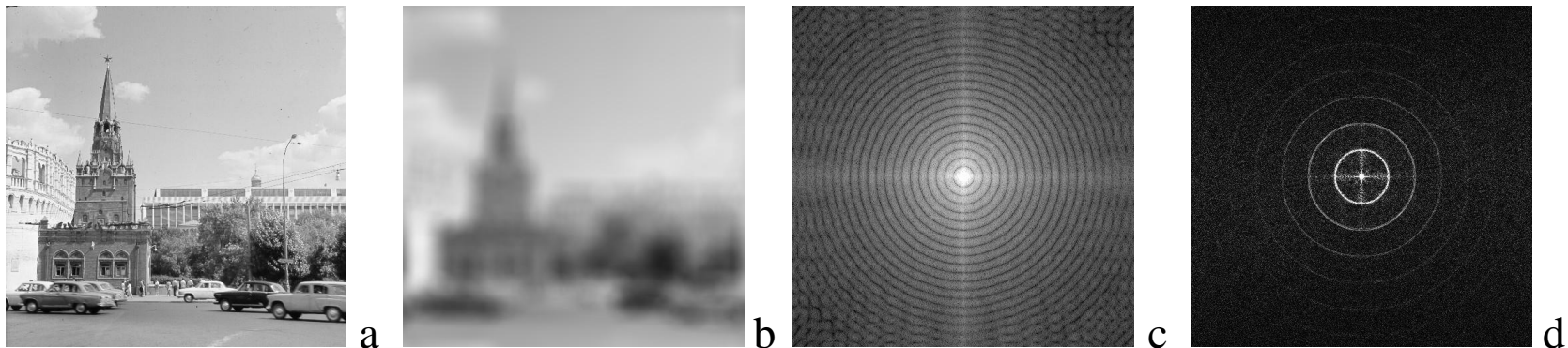


Рис.1. а) исходное изображение; б) сглаживание круговым рассеянием $r = 20$ пикселей; с) логарифм амплитуды спектра изображения (б); д) кепстр изображения (с).

Кепстр весьма чувствителен к точности сигнала и уровню шума.
 Более устойчиво — прямое нахождение периода минимумов/максимумов по
 среднему радиальному профилю спектра (СРПМСП) $P(\omega)$:

$$\rho_C = \arg \max_{\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}} \left(\frac{1}{[W/2\rho]-1} \sum_{n=1}^{[W/2\rho]-1} (P(n\rho + \rho/2) - P(n\rho)) \right)$$

По найденному ρ_C и размеру изображения W находится радиус рассеяния r_C :

$$r_C = W/2\rho_C.$$

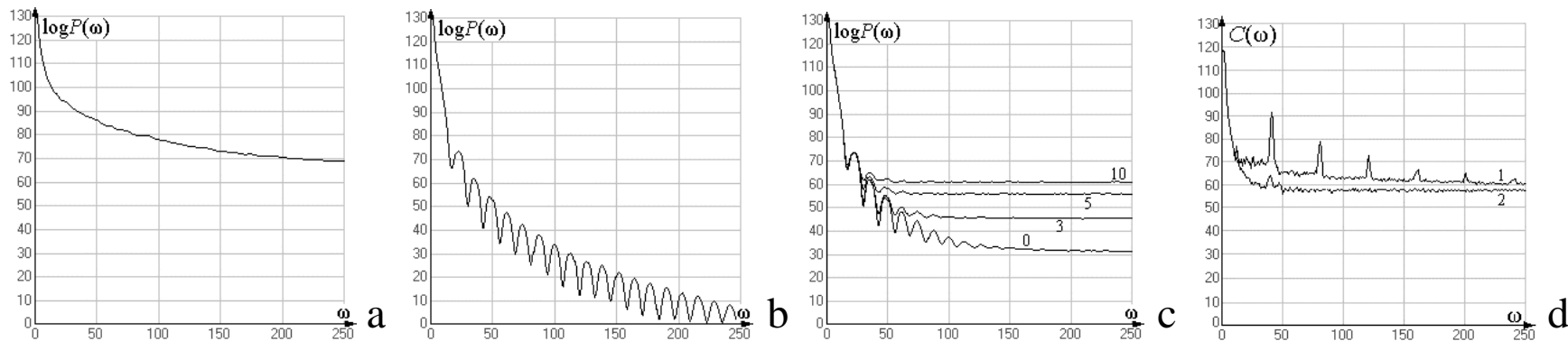


Рис.2. Графики СРПМСП для: а) исходного изображения (Рис.1,а); б) сглаженного (Рис.1,б); в) уменьшение точности до 256 градаций и Гауссов шум $\sigma = 0, 3, 5$ и 10 градаций; д) кепстр: 1 – точные значения, 2 – точность 256 градаций и шум 2 град.

2. Линейный смаз

Оператор линейного смаза задается направлением α и смещением r :

$$h_S(x,y) = \begin{cases} 1/r & y = x \tan \alpha, \quad x^2 + y^2 \leq r^2/4; \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

Амплитуда спектра данного оператора равна

$$S(\omega_x, \omega_y) = 2|\sin(\Omega r/2)|/(\Omega r/2), \quad \text{где } \Omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \cos(\alpha - \arctan(\omega_y/\omega_x)).$$

Направление смаза можно найти с помощью кепстрального преобразования:

$$C_S(q_x, q_y) = |\mathcal{F}^{-1}\{\log |S(\omega_x, \omega_y)|^2\}|.$$

В полярных координатах $(x,y) \rightarrow (\alpha, q)$. Направление смаза α_{Res} находится через максимум следующего интеграла вдоль линии (α, q) :

$$\alpha_{\text{Res}} = \arg \max_{\alpha} \int_q C_S(\alpha, q) dq.$$

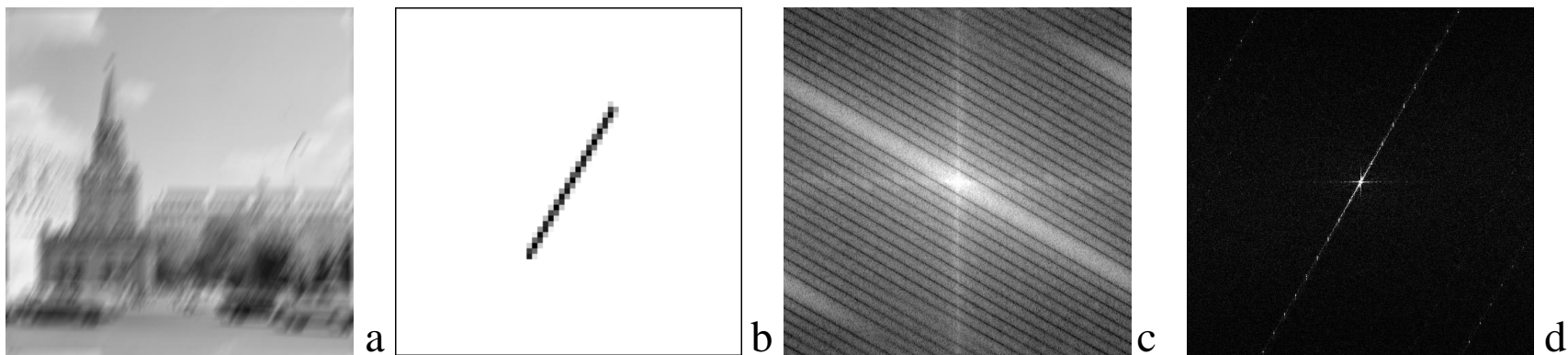


Рис.3. а) Изображение, искаженное смазом; б) искажающий оператор (32 пикселя, 60° ; увеличение 8 раз); в) спектр (а) в логарифмическом масштабе; д) кепстр (с). 8

Пусть линия (α_{Res}, q) ориентирована в направлении смаза α_{Res} . Через точку q проведем ортогональную линию $L_{\psi, q}(l)$ в направлении $\psi = \alpha_{Res} + \pi/2$ и найдем среднее $P_\alpha(q)$ логарифма спектра амплитуды $\log |S(\omega_x, \omega_y)|$ вдоль $L_{\psi, q}(l)$:

$$P_\alpha(q) = \frac{1}{L} \int_{l \in L_{\psi, q}} \log |S(\omega_x, \omega_y)| dl, \quad (\omega_x, \omega_y) \in L_{\psi, q}(l).$$

Здесь $\omega_x = q \cos \alpha + l \sin \alpha$ и $\omega_y = q \sin \alpha - l \cos \alpha$. Период ρ_L находится как

$$\rho_L = \arg \max_{\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max}} \left(\frac{1}{n} \sum_{n=1}^{n(\rho+1) < W/2} (P_\alpha(n\rho + \rho/2) - P_\alpha(n\rho)) \right)$$

По найденному ρ_L и известному размеру W величина смаза находится как:

$$r_S = W/\rho_L.$$

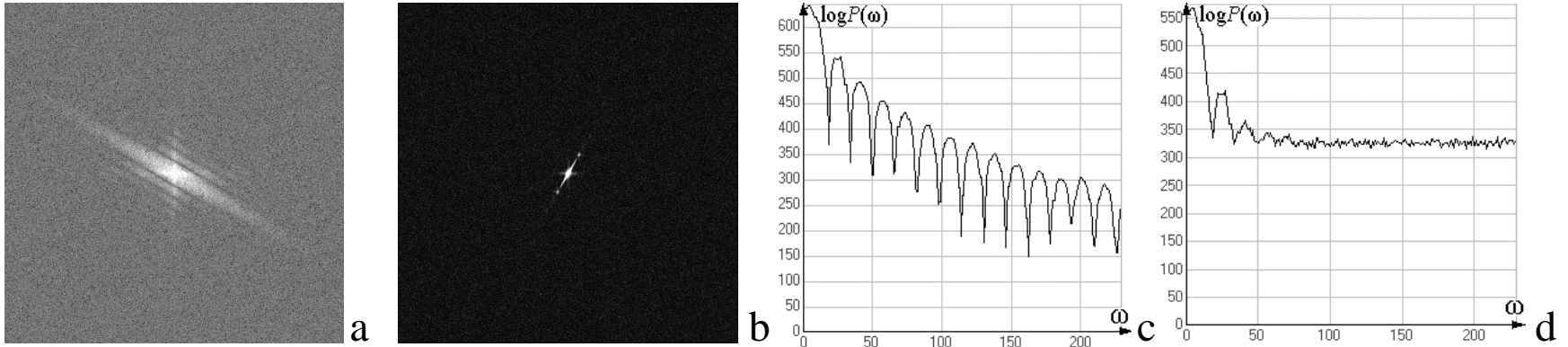


Рис.4. а) спектр зашумленного изображения Fig.3,а (шум $\sigma=7$ град.); б) кепстр (а); профили спектра изображения: с) без шума (Рис.3,с); д) с шумом (Рис.4,а).

3. Гауссово рассеяние

Центрированный оператор Гауссова рассеяния описывается формулой

$$h_G(x,y) = C \exp\{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2\}.$$

Фурье-спектр изображения, искаженного данным оператором, описывается

$$F(\omega_x, \omega_y) = C \exp\{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2\} G(\omega_x, \omega_y) + \Xi(\omega_x, \omega_y).$$

Тогда средний радиальный профиль спектра будет:

$$P(\omega) = C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) + \Xi_M(\omega).$$

Здесь $G_M(\omega)$, $\Xi_M(\omega)$ — СРП спектров изображения и шума.

В распределении $P(\omega)$ можно выделить две существенно разные области:

- Больших значений ω , когда $C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) < \Xi_M(\omega)/2$; тогда

$$\log P(\omega) \approx \log \Xi_M(\omega) \approx C_1.$$

- Малых значений ω , когда $C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) > 2\Xi_M(\omega)$; тогда

$$\log P(\omega) \approx -\omega^2/2\sigma^2 + \log G_M(\omega) + C_2 = A(\omega) + B(\omega) + C.$$

$A(\omega) = -\omega^2/2\sigma^2$ отражает Гауссово сглаживание и выпукло вверх ($y = -ax^2 + b$)

$B(\omega) = \log G_M(\omega)$ зависит от изображения и в интересующей области ω

выпукло вниз.

$A(\omega) = -\omega^2/2\sigma^2$ отражает Гауссово сглаживание и выпукло вверх ($y = -ax^2+b$).
 $B(\omega) = \log G_M(\omega)$ зависит от изображения и при малых ω выпукло вниз.

Эксперименты показывают: кривизна $A(\omega)$ при малых ω существенно больше кривизны $B(\omega)$. Имеется зона (ω_1, ω_2) , где $\log P(\omega)$ выпукла вверх (Рис.5,b).

Зона (ω_1, ω_2) находится касательной к $A(\omega)$ снизу (линия 'Т').

Преобразованием Хафа по точкам $\log P(\omega)$ из (ω_1, ω_2) формируется диаграмма накопления (Рис.5,c,d), в которой находится координата a узловой точки (N) и определяется дисперсия Гауссова сглаживания σ_G :

$$\sigma_G = 1/\sqrt{2a}$$

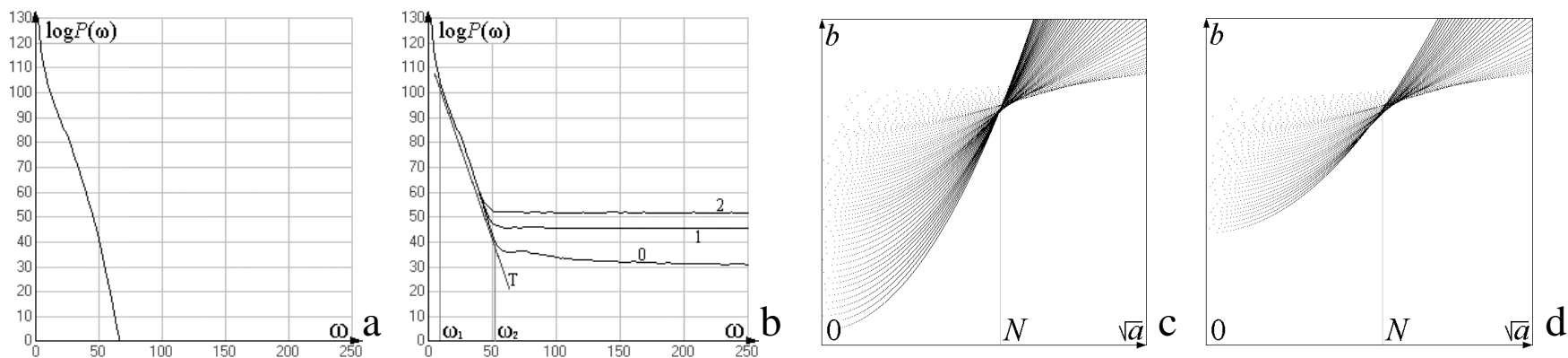


Рис.5. Графики СРПМСП для сглаживания Гауссовым рассеянием $\sigma=5$ пикселей:
 а) полная точность; б) точность 256 градаций и Гауссов шум $\sigma = 0, 1$ и 2 градации.

Диаграммы Хафа: d) для профиля (а); е) для зоны (ω_1, ω_2) профиля (б).

Дифференциация и суперпозиция искажений

Рассмотренные алгоритмы имеют общие части и могут быть объединены в единый алгоритм с ветвлениями, каждое из которых использует свой проверочный критерий на отказ от распознавания. Если ни один вариант не принят, то считается, что рассматриваемых искажений не обнаружено.

Изображение может подвергаться сразу нескольким искажениям, что описывается произведением правых частей соответствующих уравнений. При этом информативная часть амплитуды спектра спадает значительно быстрее. Этот факт показан на Рис.6 комбинацией *кругового* и *линейного* сглаживаний.

Корректная диагностика удастся только при очень малом шуме.

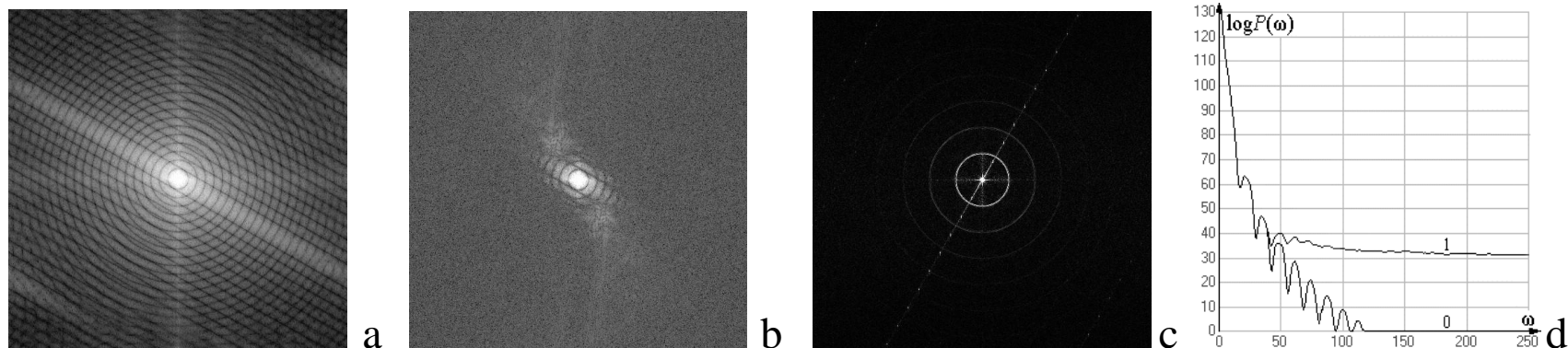


Рис.6. а) спектр изображения, искаженного линейным смазом и круговым рассеянием; б) то же, но точность 256 градаций; в) кепстр(а); д) графики СРПМСП для: 0 – точные данные, 1 – точность 256 градаций (без шума).

Эксперименты

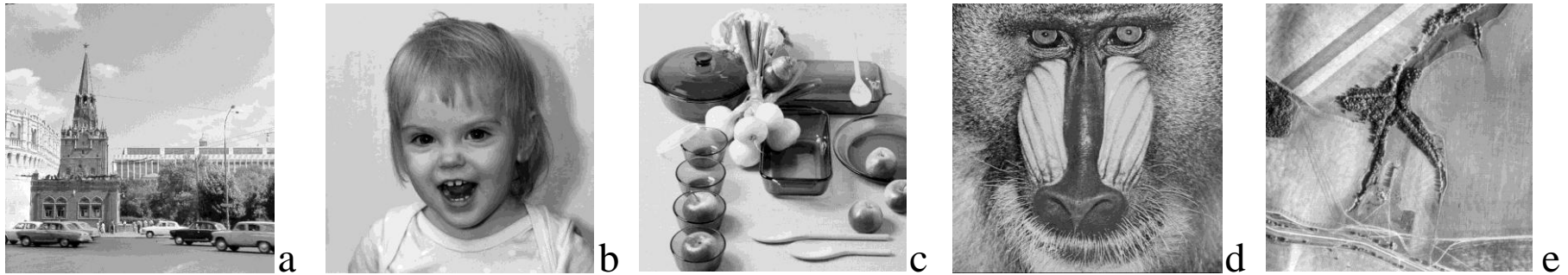


Рис.7. Некоторые тестовые изображения

Максимальный Гауссов шум (СКО, градаций) при котором удается диагностика.

Искажение ↓ \ Изображение →	Макс. уровень шума (σ , градаций)				
	a	b	c	d	e
Круговое сглаживание ($2r = 40 \text{ pix.}$)	10	8	14	10	10
Гауссово сглаживание ($\sigma = 5 \text{ pix.}$)	2	1	5	2	2
Линейный смаз ($\alpha = 55^\circ, r = 32 \text{ pix.}$)	7	3	8	8	8

Резюме

- Рассмотрена проблема определения типа и параметров искажений на основе анализа наблюдаемого изображения (задача «слепого оценивания»).
- Предложены способы диагностики линейных однородных операторов свертки следующих трех типов:

— кругового сглаживания прямоугольного профиля;

— линейного сглаживания (смаз движения);

— кругового сглаживания Гауссового профиля.

Для анализа искажений введено понятие *среднего радиального профиля модуля спектральной плотности* изображения (СРПМСП).

- Исследовано влияние уровня шума на точность диагностики. Обнаружение кругового рассеяния и линейного смаза демонстрирует неплохую точность идентификации вида и параметров искажения; обнаружение Гауссова шума значительно менее устойчиво к добавлению шума.