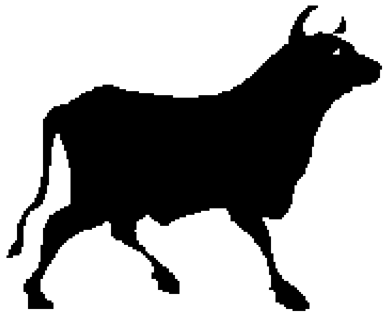
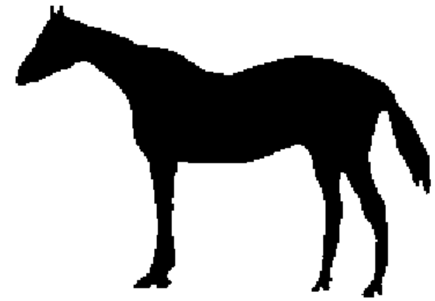
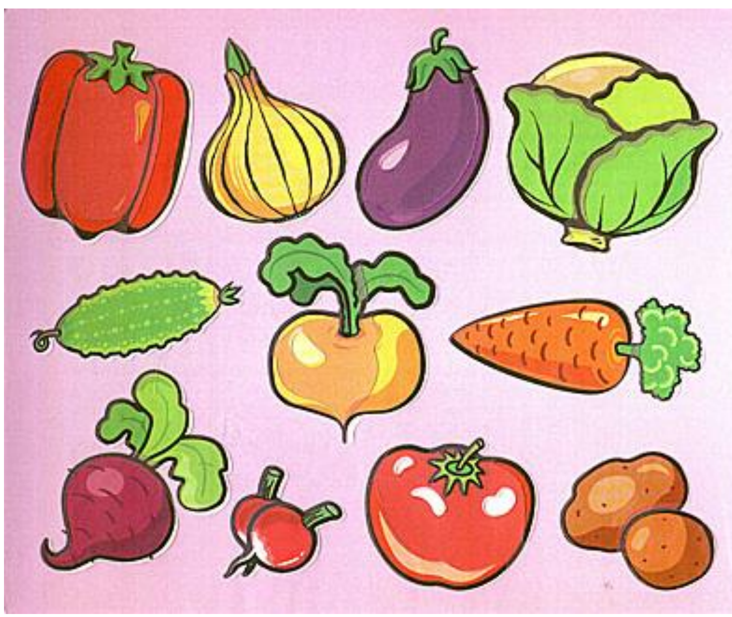
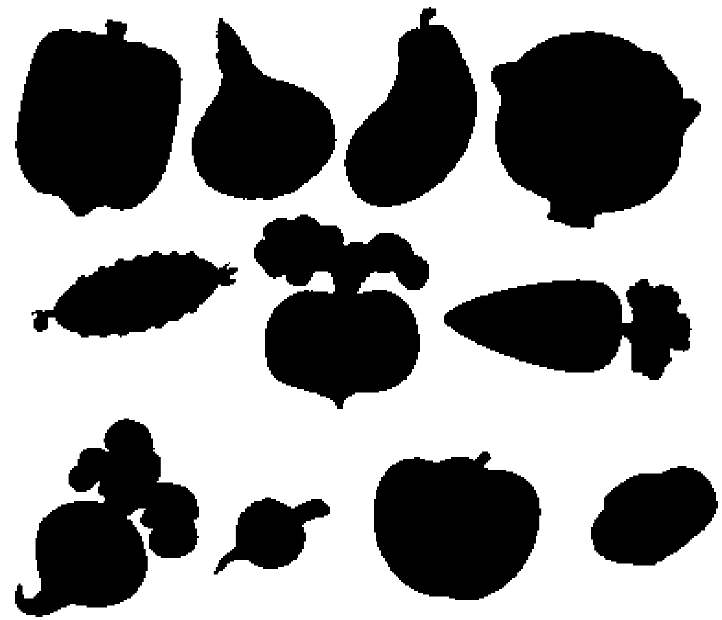
Медиальная ширина гибких объектов – классификационный признак формы изображений

Местецкий Л.М.

МГУ, ВМК

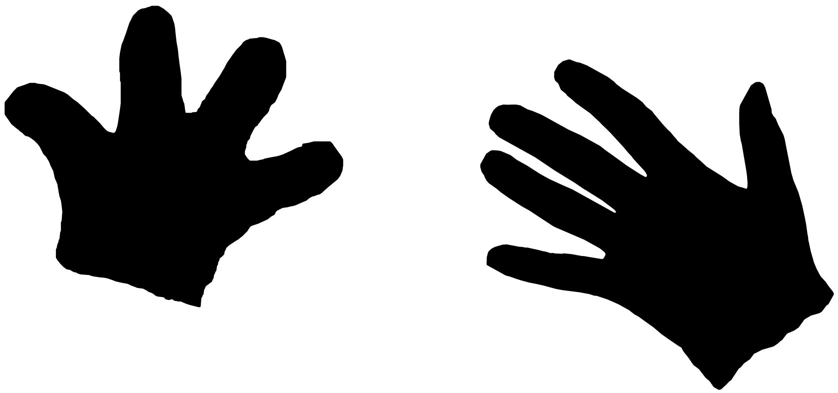
mestlm@mail.ru

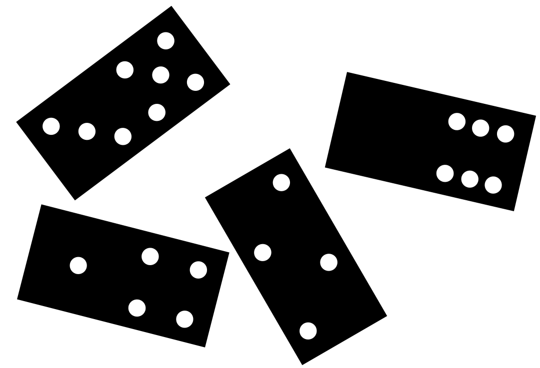
Распознавание формы

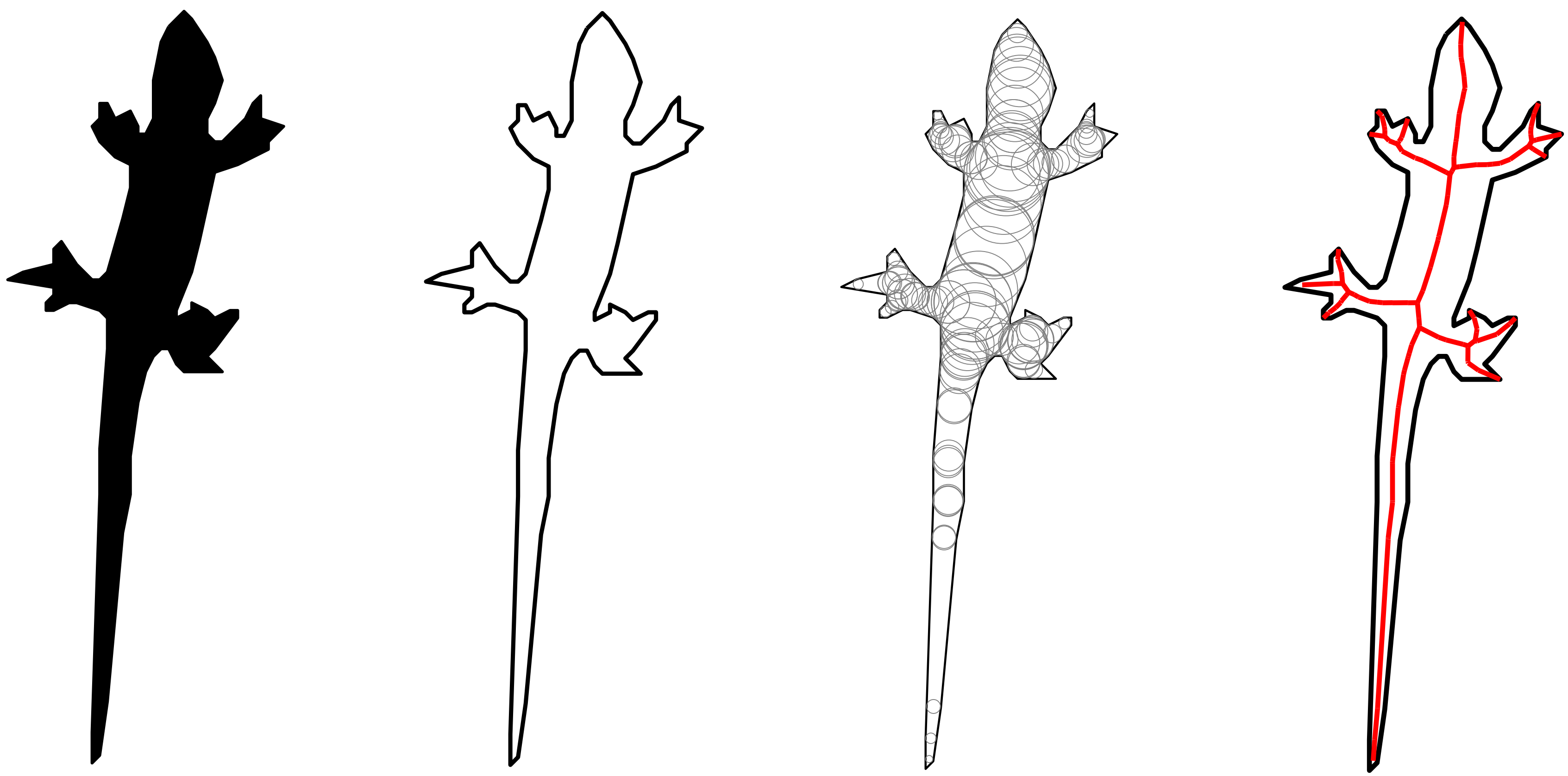
Форма - внешнее очертание, наружный вид предмета.

Математическая модель формы – замкнутая область





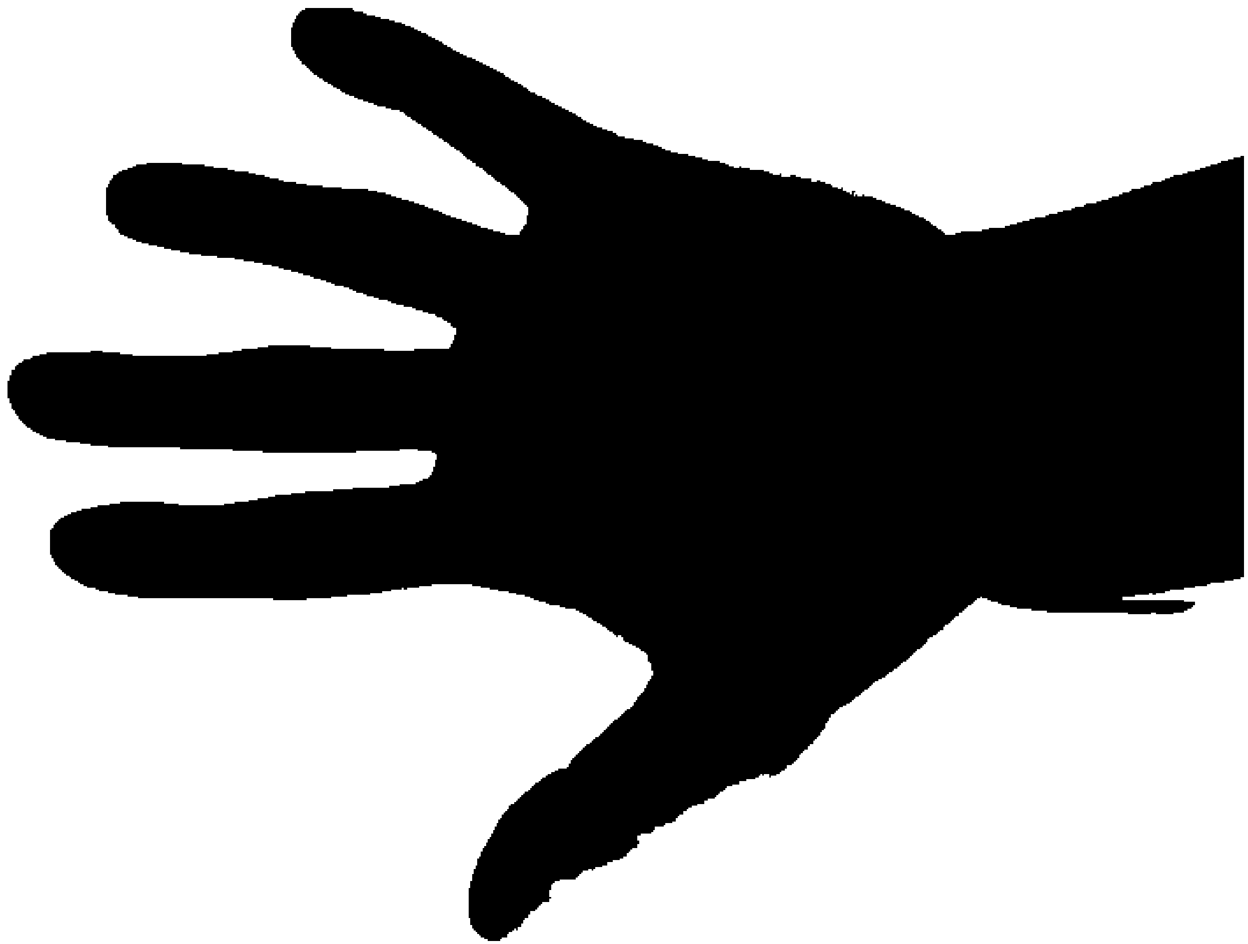
Медиальное представление: скелет + радиальная функция



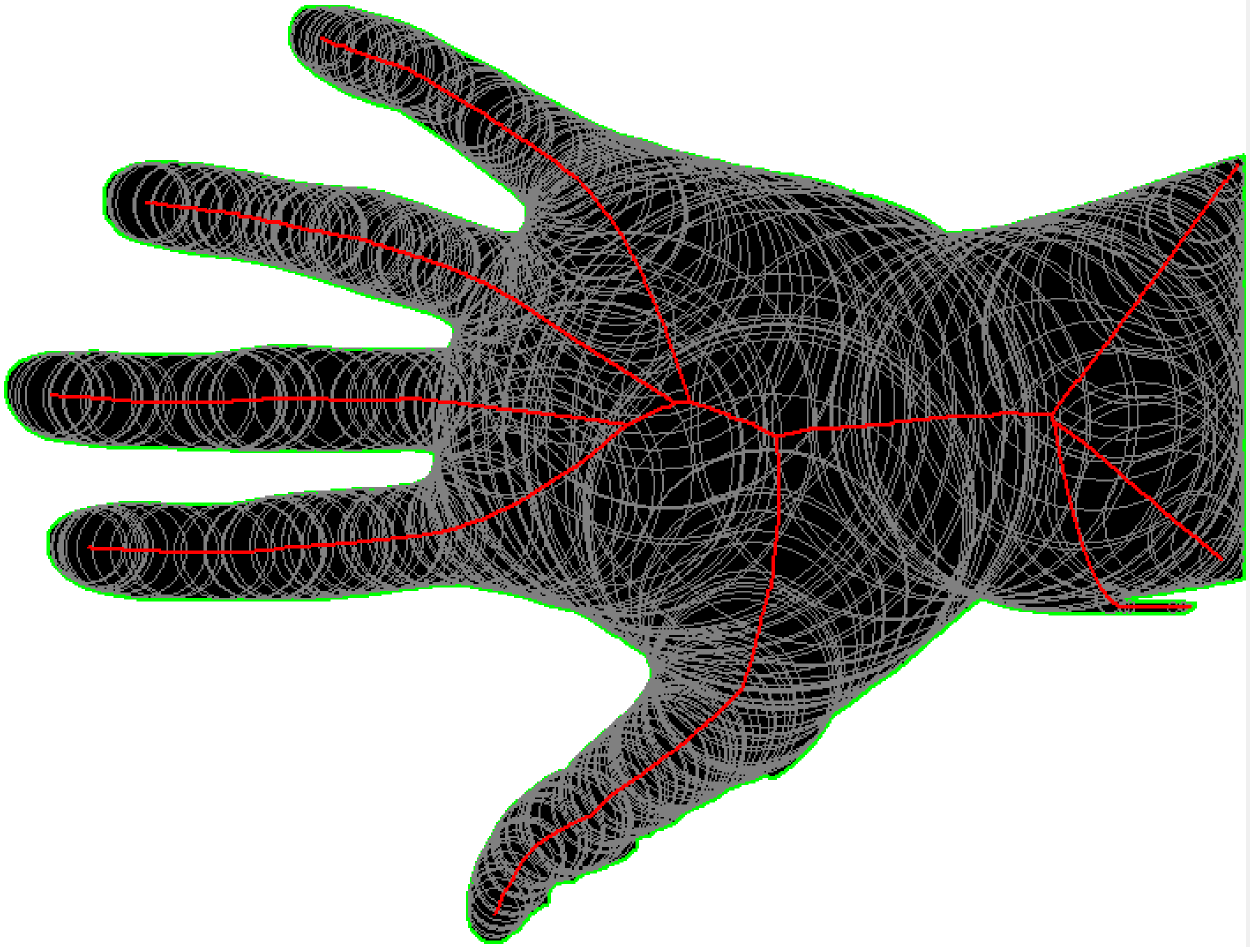
Форма | Граница | Вписанные круги | Скелет

Распознавание формы гибких объектов

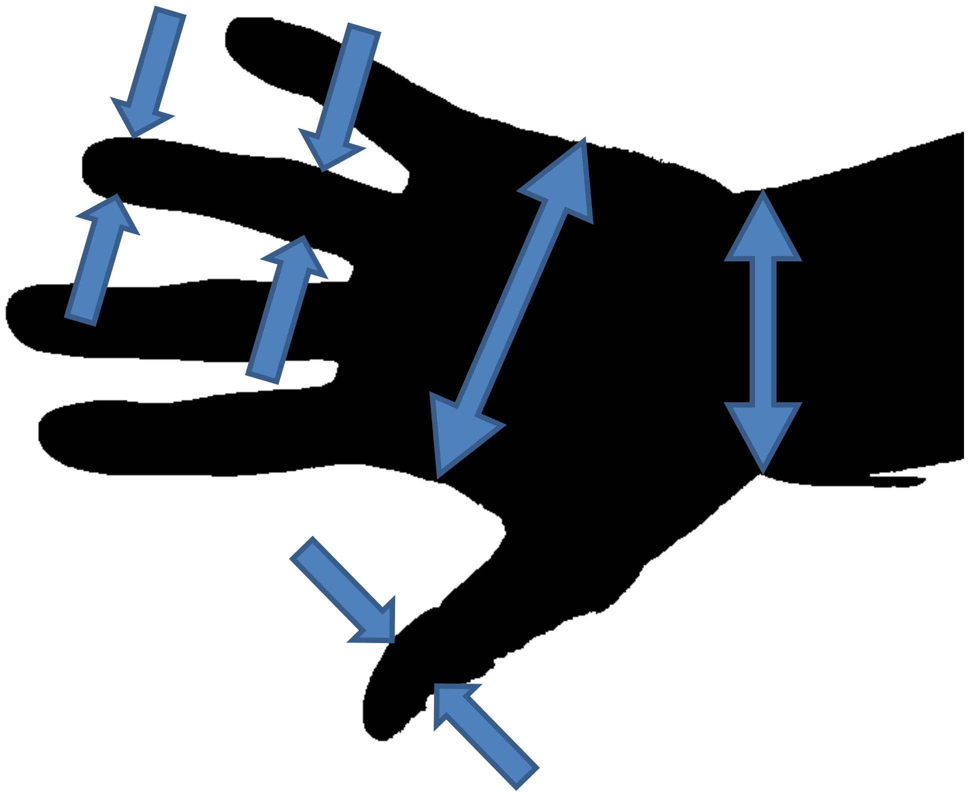
Сегментация объекта



Медиальное представление формы объекта



Проблема генерации признаков ширины объекта



Что считать шириной?

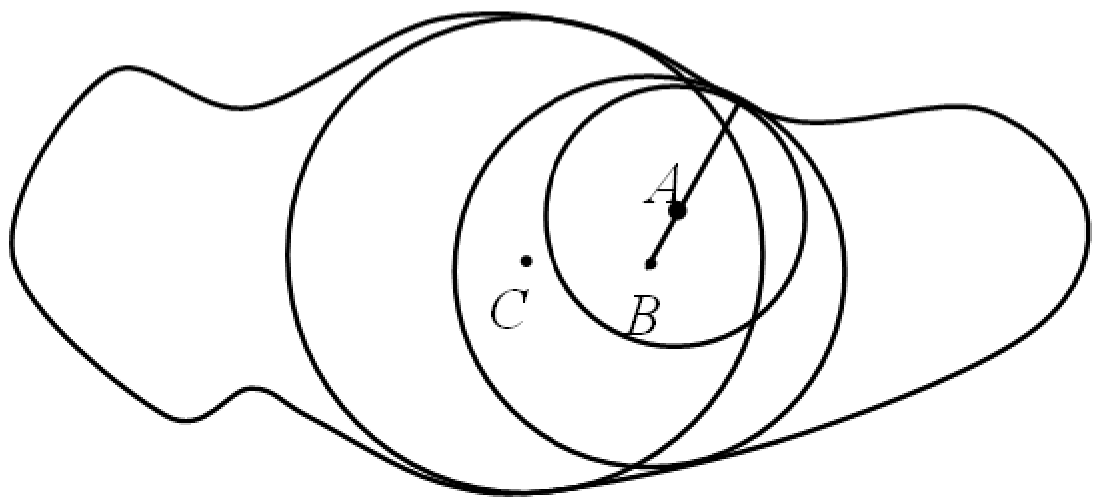
Нужен интегральный признак

Идея подхода: функция распределения ширины объекта

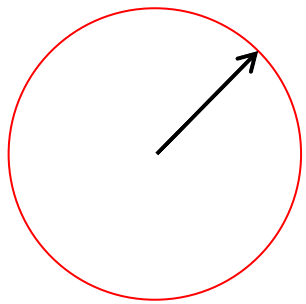
- Ввести понятие ширины объекта в каждой его точке
- Построить описание области «заданной ширины», представляющей собой множество точек объекта, в которых ширина не превосходит заданного порога
- Построить меру для подмножества заданной ширины, как функцию от величины порога

Ширина объекта в точке

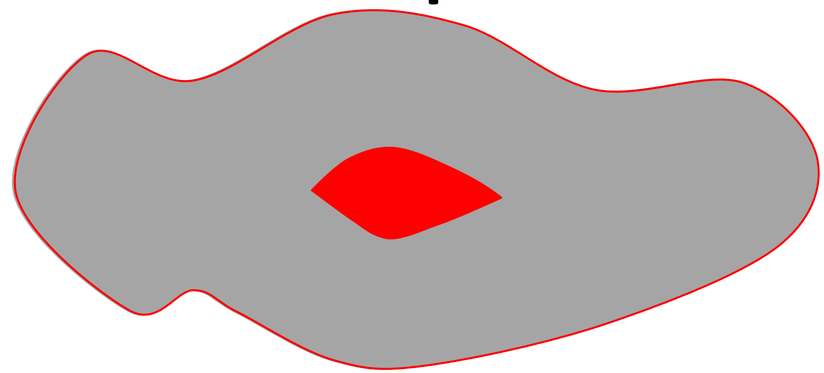
- Морфологическая ширина - радиус наибольшего пустого круга, покрывающего эту точку.
- Дистанционная ширина - радиус наибольшего пустого круга с центром в этой точке.
- Медиальная ширина - максимальное значение длины спицы, проходящей через эту точку.



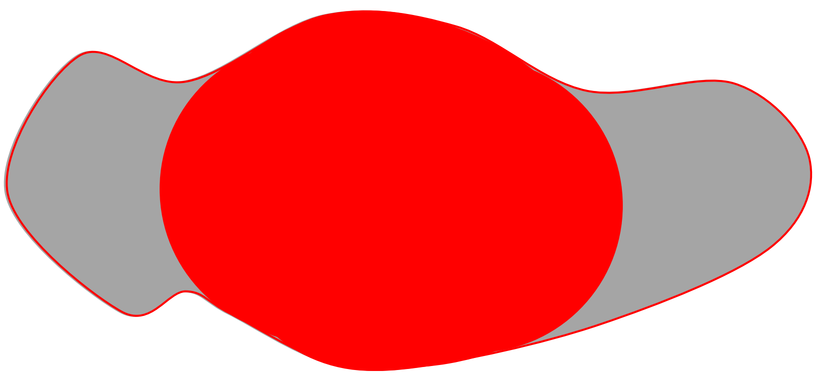
Области заданной ширины



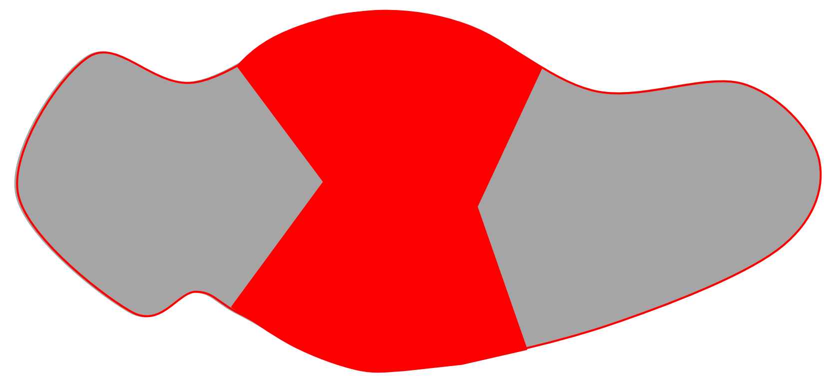
размер круга задает ширину



дистанционная



морфологическая

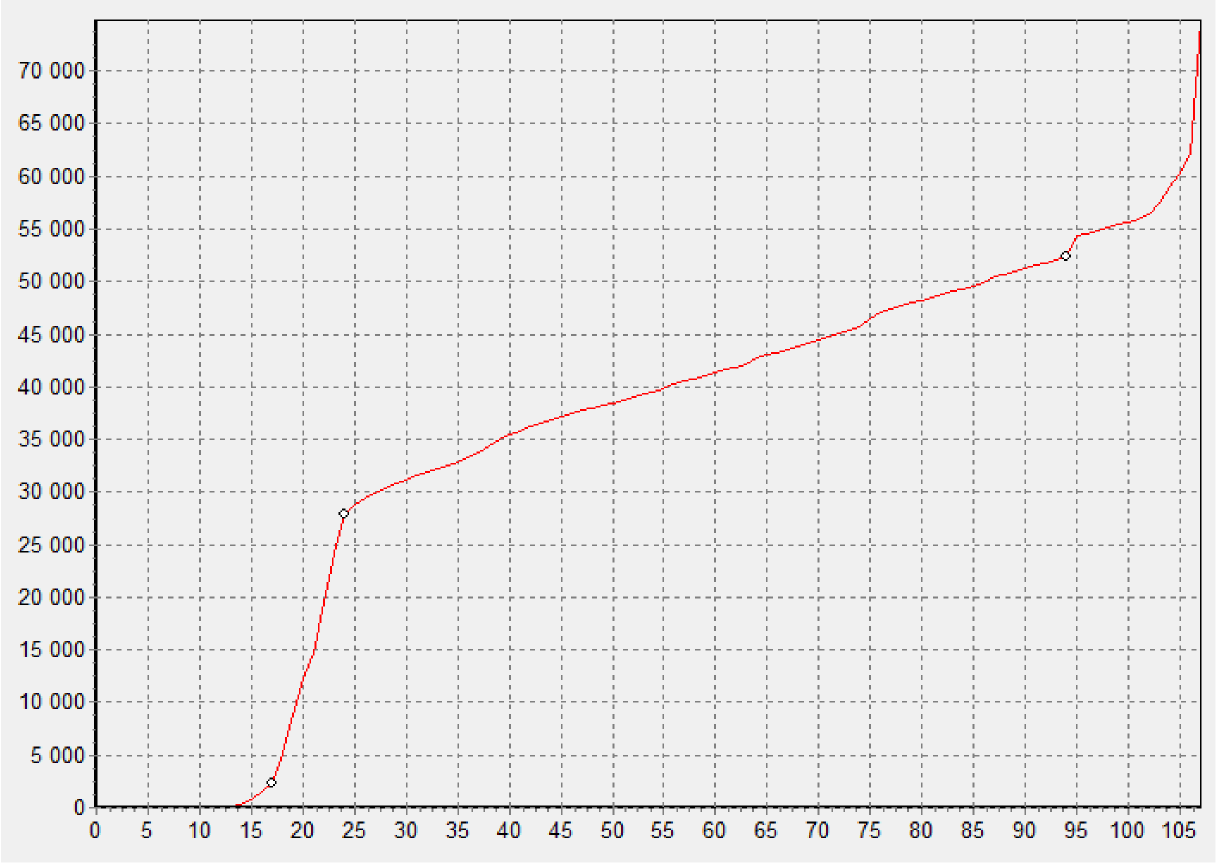


медиальная

$\varphi(g)$ – ширина фигуры в точке g

$G_r = \{ g \in G, \varphi(g) \leq r\}$ – подмножество точек фигуры, в которых ширина не превосходит заданное значение r

Функция распределения ширины



$F(r)$ – функция ширины фигуры, площадь множества точек G_r

Вопросы

- Насколько информативный признак?
- Как вычислить ширину?
- Какая ширина лучше: дистанционная, морфологическая или медиальная?

Методы вычисления ширины

- Дистанционная ширина – на основе карты расстояний (Distance map)

- Морфологическая ширина – на основе морфологического спектра Марагоса

- Медиальная ширина – на основе предлагаемого метода

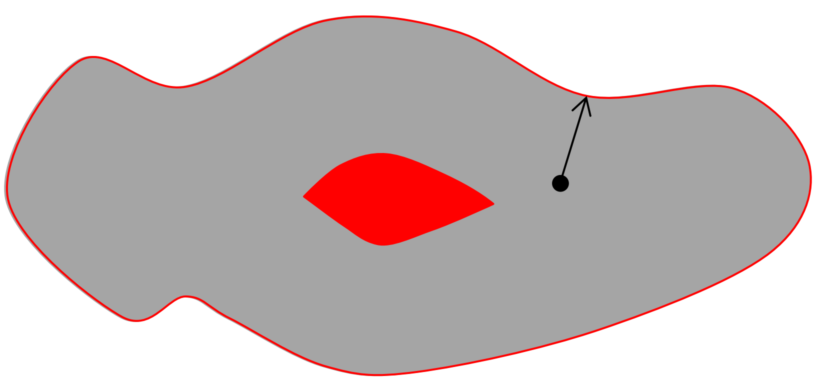
Дистанционная ширина – на основе карты расстояний

Карта расстояний (Distance map) – это такое представление изображения фигуры, в котором каждой точке объекта ставится в соответствие минимальное расстояние до точек фона:

$$DT(x) = \min_p \left(d(x, p) \,/\, x \in X, p \notin X\right).$$

Функция распределения ширины:

$$F(r) = \sum_{x \in X} [DT(x) \leq r]$$

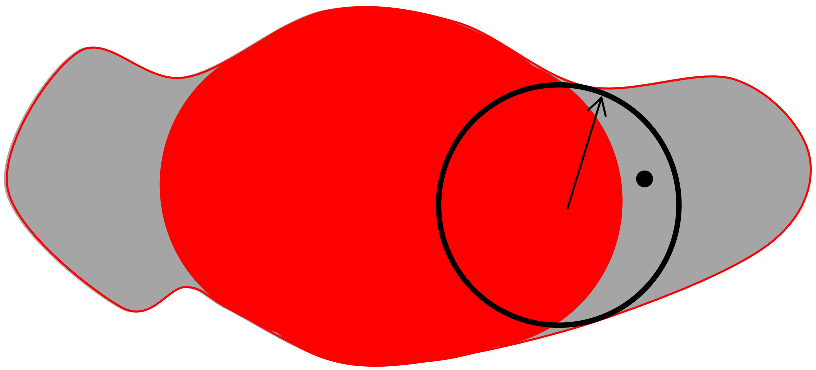


Морфологический спектр Марагоса

Морфологическим спектром PS_X фигуры X относительно примитива (структурного элемента) B называется функция

$$PS_X(r_i, B) = -\frac{S(X \circ B(r_i)) - S(X \circ B(r_{i+1}))}{r_{i+1} - r_i}$$

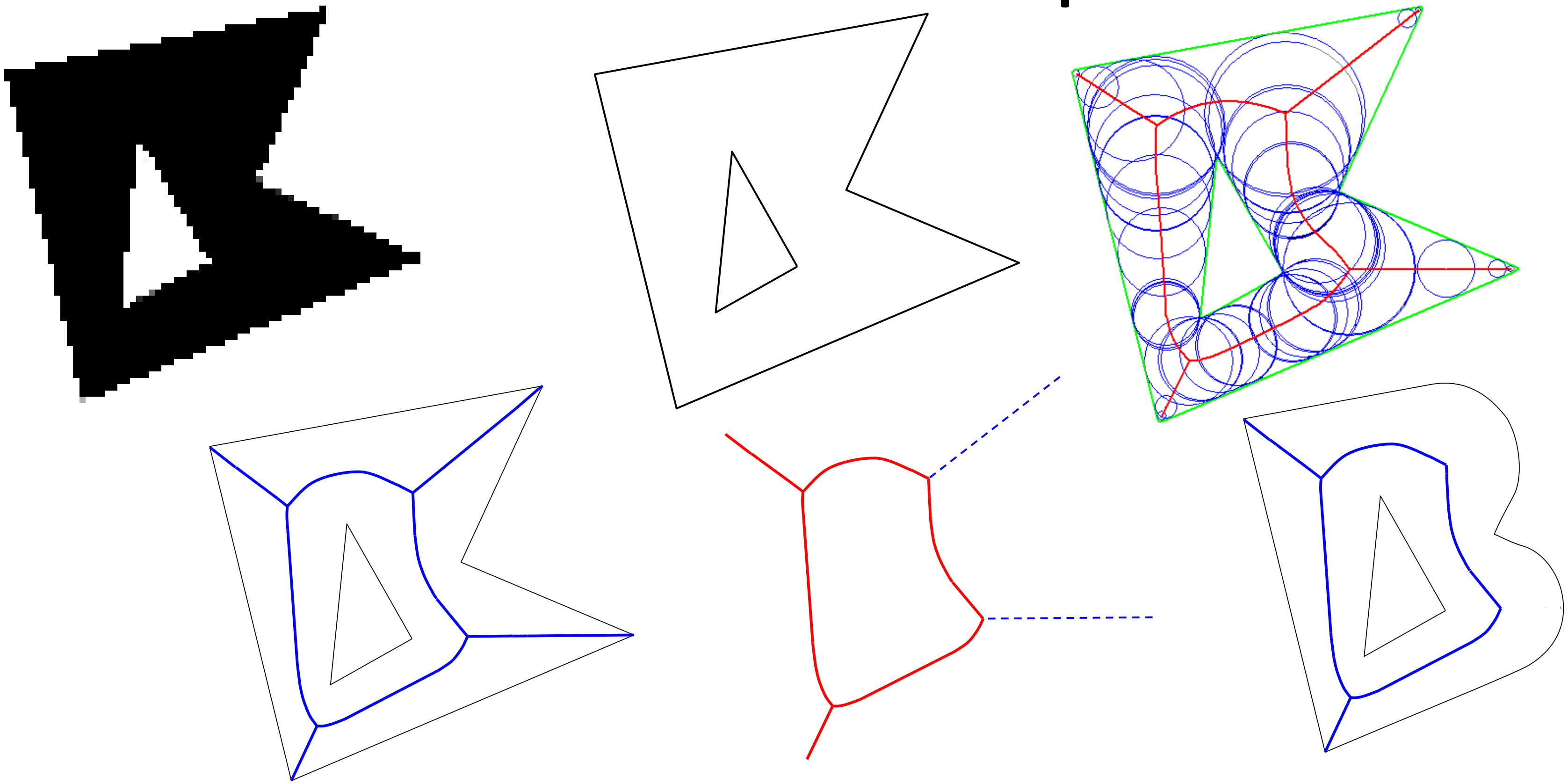
где $(r_{i-1} - r_i)$ - шаг растровой решетки, $r_i \geq 0$, $X^\circ B(r)$ - операция морфологического открытия фигуры X с примитивом B, S(X) - площадь X.



Дистанционная и морфологическая ширина вычисляются растровыми методами

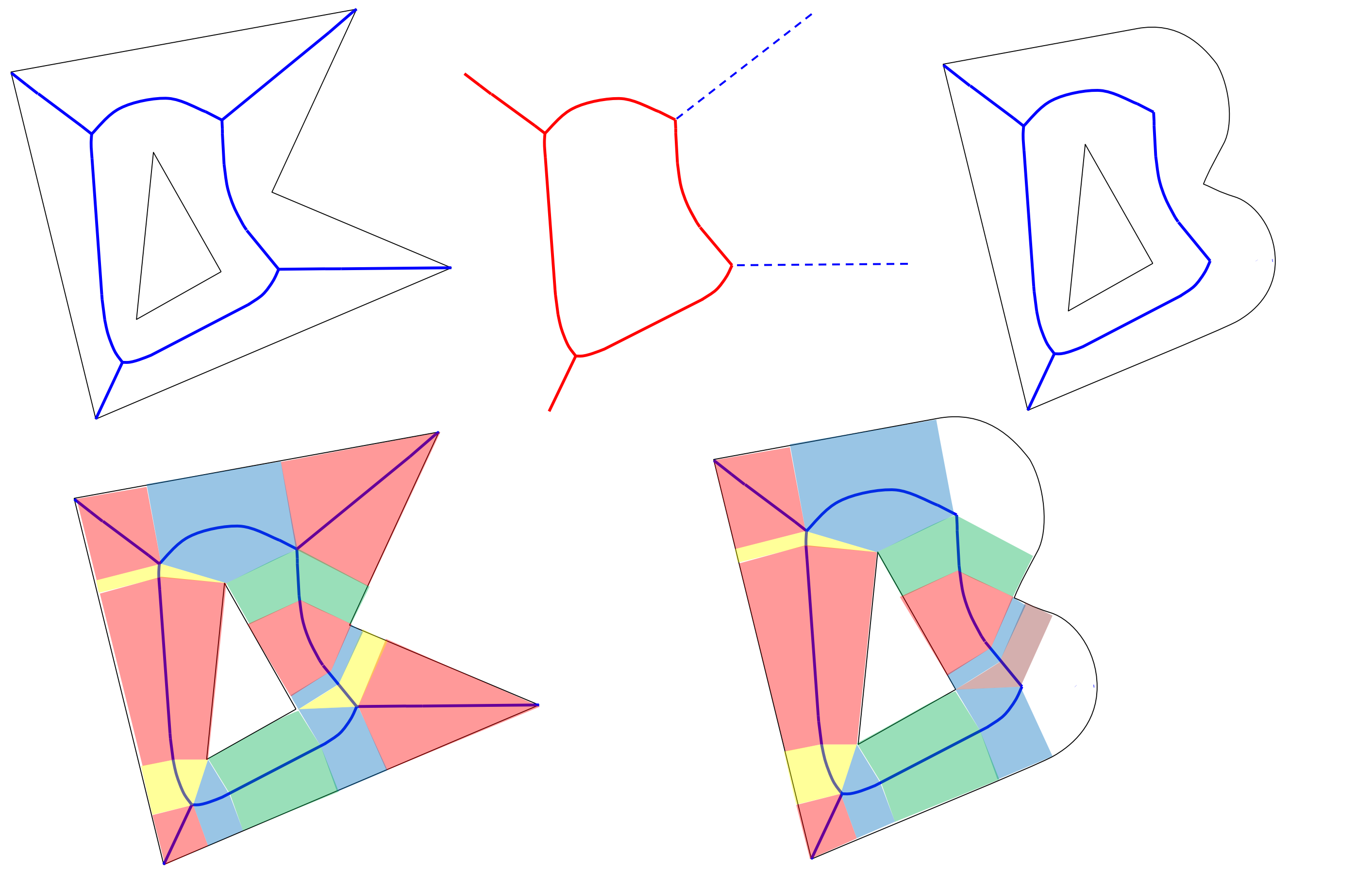
- Большое количество последовательных растровых операций над изображением
- Высокая вычислительная сложность растровой обработки затрудняет использование в реальном времени
- Вычислительная сложность растет с ростом разрешающей способности камер

Непрерывное медиальное представление изображения



1. Аппроксимация растрового изображения **многоугольной фигурой**
2. Построение скелета многоугольной фигуры
3. Регуляризация скелета (стрижка)
4. Построение **циркулярной фигуры**

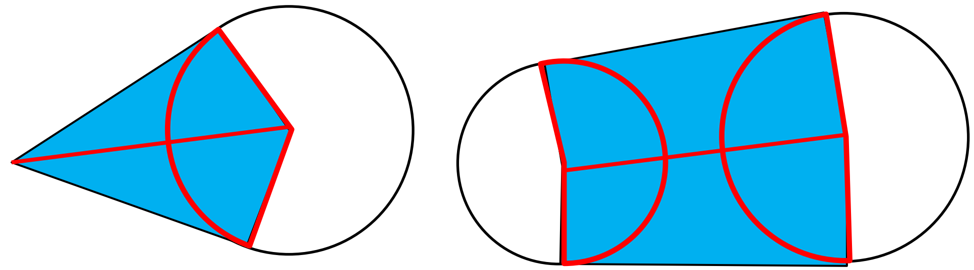
Медиальная ширина – уход от растровых операций



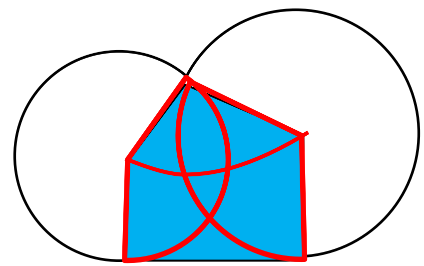
Аналитическое описание функции ширины

Бициклы и их собственные области

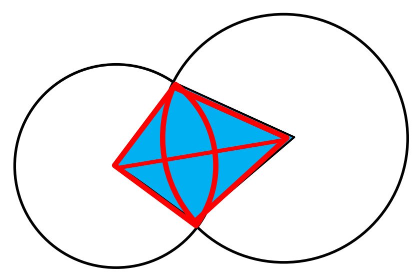
Линейные



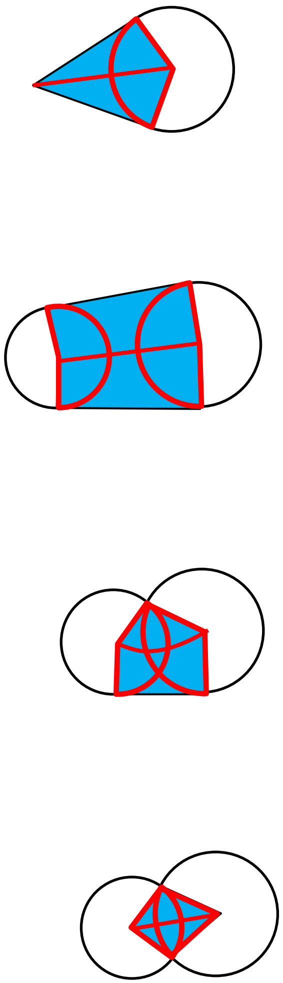
Параболические

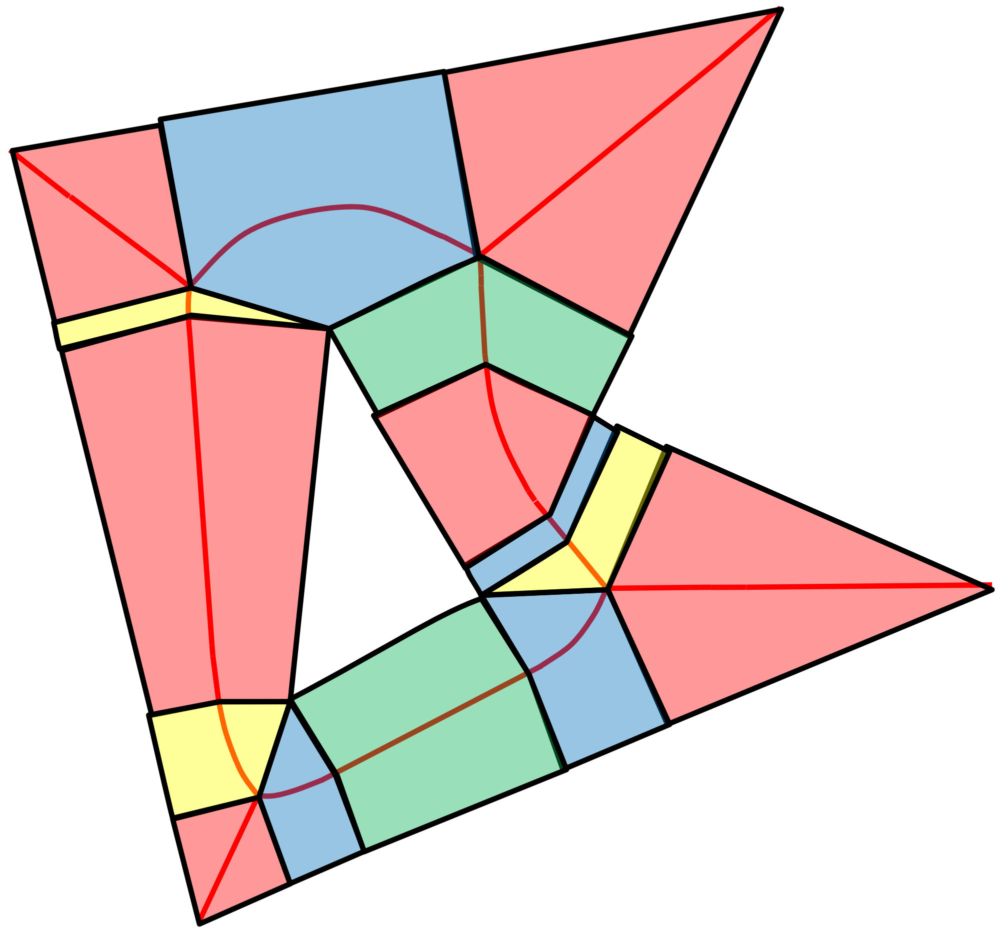


Гиперболические
бициклы



Покрытие фигуры бициклами





Медиальная ширина бициклов

Функцией медиальной ширины бицикла называется зависимость площади области ширины x от параметра x

$$\mathcal{F}^e(x) = \mu(B_x^e)$$

Функция медиальной ширины фигуры может быть выражена в виде суммы функций медиальной ширины бициклов рёбер её скелетного графа

$$\mathcal{F}(x) = \sum_{e \in E} \mathcal{F}^e(x).$$

Ширина линейного бицикла

Лемма 1. Медиальная ширина линейного бицикла есть

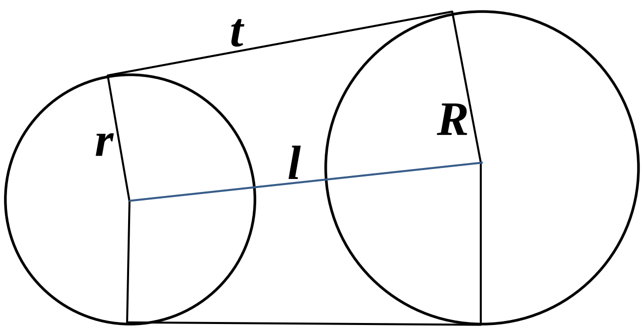
$$\mathcal{F}_{lin}(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } z < r \\ az^2 + b & \text{при } r \le z \le R \\ t(R+r) & \text{при } z > R \end{cases}$$

где

$$a = \begin{cases} 0 & \text{при } r = R \\ \frac{t}{R-r} & \text{при } r < R \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} 2lr & \text{при } r = R \\ -\frac{tr^2}{R-r} & \text{при } r < R \end{cases}$$

$$t = \sqrt{l^2 - (R-r)^2}\ .$$



Ширина параболического бицикла

Лемма 2. Параметр параболы оси параболического бицикла есть

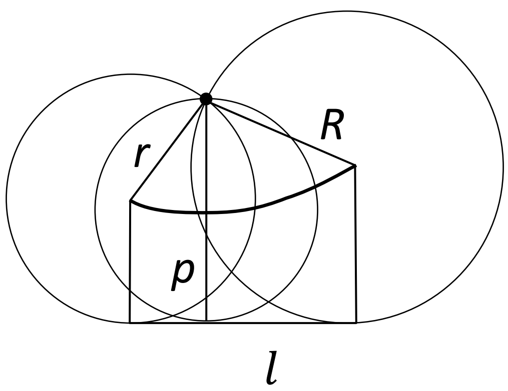
$$p = \frac{t^2}{2l^2}\left(R + r + \sqrt{(R+r)^2 - l^2}\right).$$

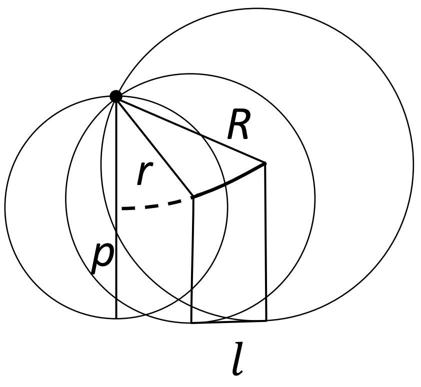
Лемма 3. Площадь собственной области параболического корневого бицикла с параметром p и радиусом концевого круга z равна

$$\varphi(z) = (z+p)\sqrt{\frac{p}{2}\left(z - \frac{p}{2}\right)}\,.$$

Лемма 4. Медиальная ширина параболического бицикла с радиусами концевых кругов r, R и параметром параболы p имеет вид:

$$\Phi(z,p,R) = \begin{cases} 0 & \text{if } z \le \frac{p}{2} \\ \varphi(z) & \text{if } \frac{p}{2} < z \le R \\ \varphi(R) & \text{if } z > R \end{cases}$$





Ширина гиперболического бицикла

Лемма 5. Параметр гиперболического бицикла с радиусами концевых кругов r, R и длиной оси l равен

$$q = \frac{1}{l}\sqrt{[(l+r)^2 - R^2]\cdot[R^2-(l-r)^2]}\,.$$

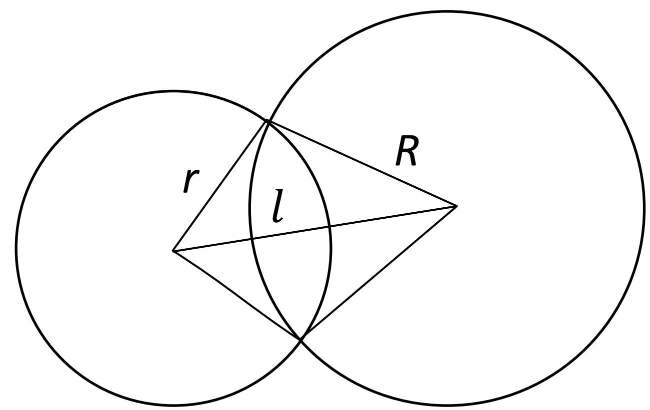
Лемма 6. Площадь собственной области гиперболического крайнего бицикла с параметром q и радиусом концевого круга z равна

$$\psi(z) = \frac{q}{2}\sqrt{z^2 - \frac{q^2}{4}}\,.$$

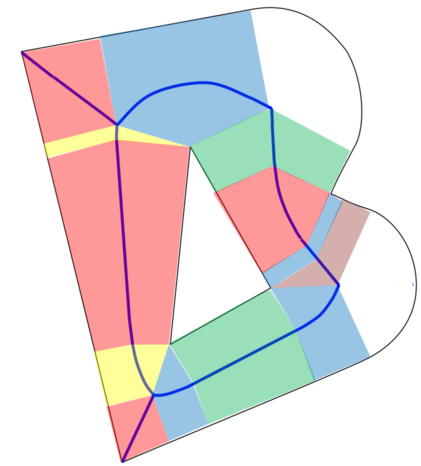
Лемма 7. Медиальная ширина гиперболического бицикла с радиусами концевых кругов r, R и параметром q имеет следующий вид:

При положении центра на оси бицикла

$$\Psi(z,p,R) = \begin{cases} 0 & \text{if } z \le \frac{q}{2} \\ \psi(z) & \text{if } \frac{q}{2} < z \le R \\ \psi(R) & \text{if } z > R \end{cases}$$



Ширина концевых секторов бицикла



Лемма 8. Внутренняя дуга концевого круга линейного бицикла имеет размер $\alpha = \pi + 2 \cdot arcsin\frac{R-r}{l}$ для меньшего круга и $\alpha = \pi - 2 \cdot arcsin\frac{R-r}{l}$ для большего круга.

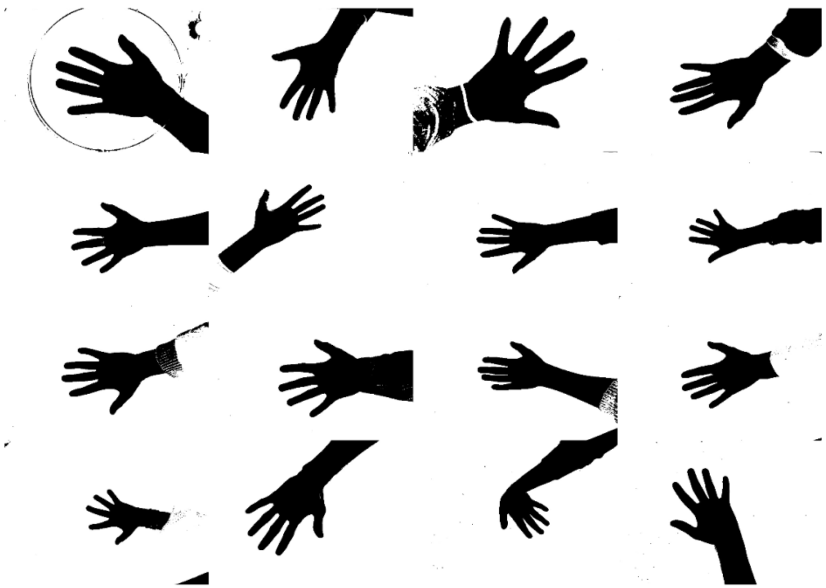
Лемма 9. Внутренняя дуга большего концевого круга параболического бицикла с параметром p равна $\alpha = arccos\left(1 - \frac{p}{R}\right)$, а внутренняя дуга меньшего круга равна $\beta = arccos\left(1 - \frac{p}{r}\right)$ в случае, когда вершина параболы лежит на оси бицикла, и $\beta = 2\pi - arccos\left(1 - \frac{p}{r}\right)$, если вне оси.

Лемма 10. Внутренняя дуга большего концевого круга гиперболического бицикла с параметром q имеет размер $\alpha = arcsin\left(\frac{q}{2R}\right)$, а внутренняя дуга меньшего круга имеет размер $\beta = arcsin\left(\frac{q}{2r}\right)$ в случае, когда вершина бицикла лежит на оси бицикла и $\beta = 2\pi - arcsin\left(\frac{q}{2r}\right)$, если вне оси.

Алгоритм

- Построение непрерывного медиального представления фигуры – $O(m + n \log n)$,
  m – число пикселей в изображении,
  n – число вершин в многоугольной аппроксимации
- Построение функции ширины бициклов – $O(n)$
- Вычисление функции медиальной ширины фигуры вычислением и суммированием функций ширины бициклов – $O(k \cdot n)$,
  k – число значений в функции в спектре.

Вычислительный эксперимент: оценка сходства формы ладоней



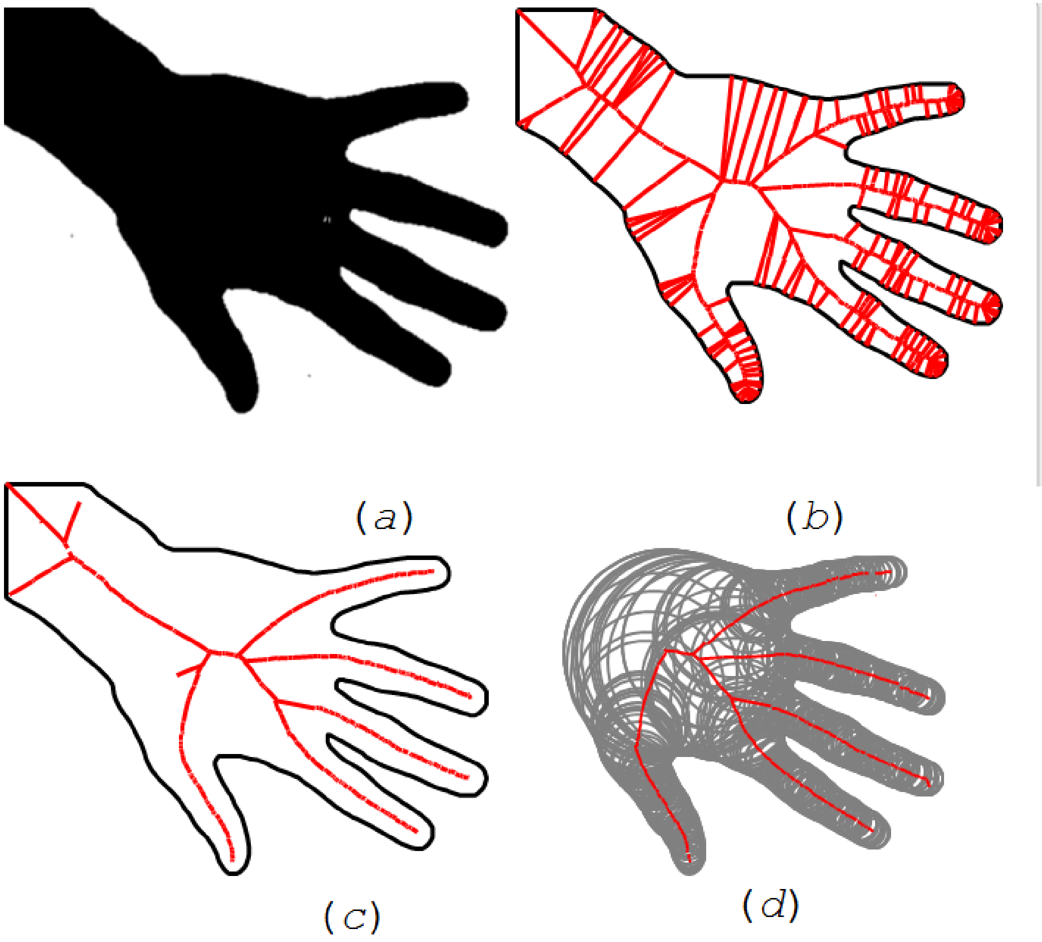
- 160 фотографий ладоней 36 различных людей
- Выборка состоит из изображений с разрешением 640x480
- Классификация методом kNN (k=1)

Мера близости изображений ладоней, имеющих функции медиальной ширины $\mathcal{F}_1(x)$ и $\mathcal{F}_2(x)$ - расстояние между функциями медиальной ширины в метрике L_1

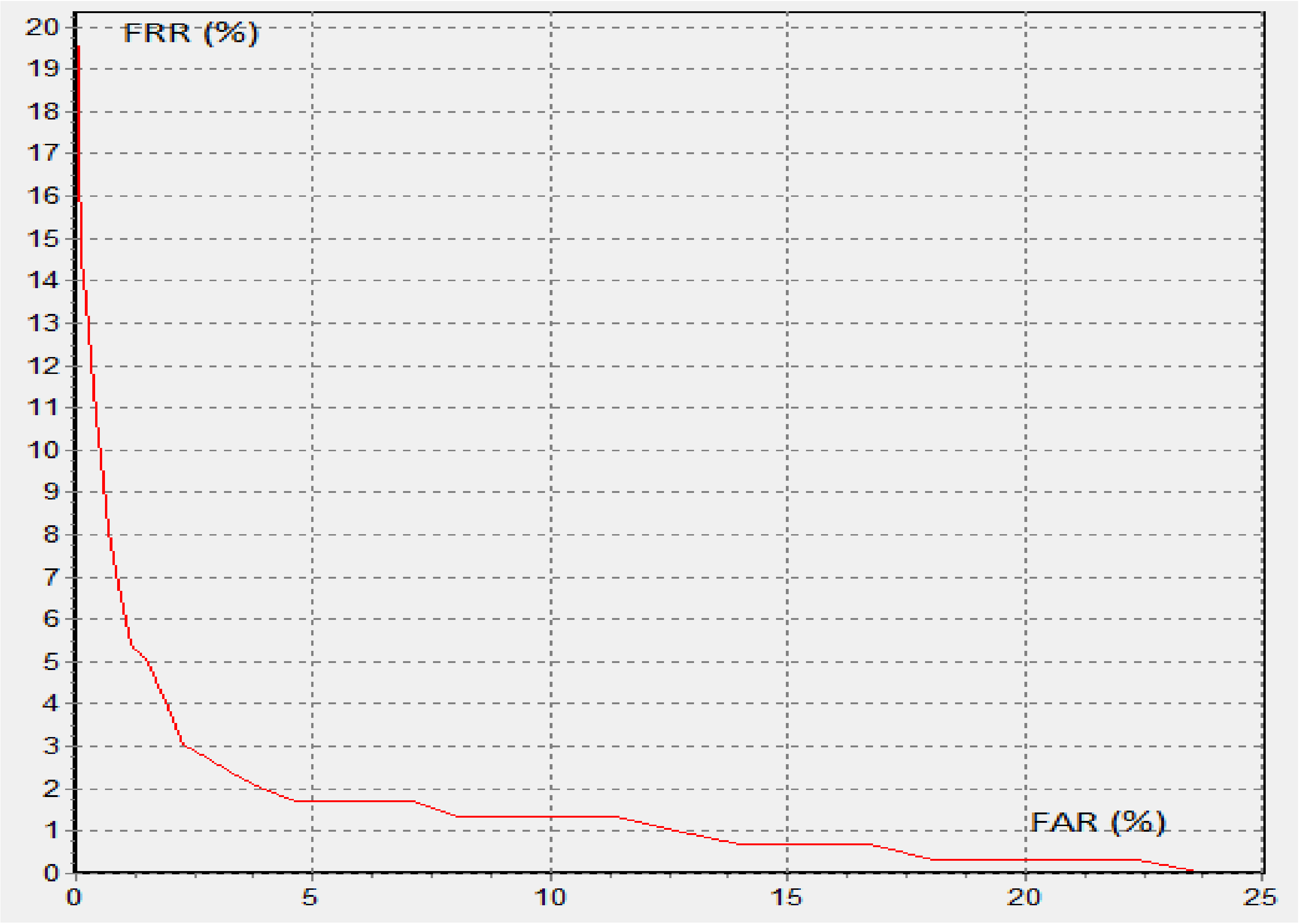
$$\sigma(I_1, I_2) = \int_0^\infty \left| {\lambda_1}^2 \cdot \mathcal{F}_1\left(\frac{1}{\lambda_1} \cdot x\right) - {\lambda_2}^2 \cdot \mathcal{F}_2\left(\frac{1}{\lambda_2} \cdot x\right) \right| dx$$

λ_1 и λ_2 коэффициенты нормализации функций медиальной ширины

Предобработка изображения ладони



ROC- кривая для меры сходства по по медиальной ширине



Результаты эксперимента

	Морфоло-гическая ширина	Медиальная ширина	Дистанци-онная ширина
Качество классификации *% правильных*	**93.7 %**	<u>**94.5 %**</u>	**95.2 %**
Время вычисления функции ширины работы *сек.* (Intel Core i5 2.67 GHz)	**2.548**	<u>**0.025**</u>	**0.093**

Заключение

- Переход к непрерывной модели изображения на основе многоугольных и циркулярных фигур, а также высокоэффективный метод вычисления медиальной ширины для таких фигур дает возможность сравнивать и измерять сходство объектов по их ширине в реальном времени работы систем компьютерного зрения.

- Идея непрерывного гранично-скелетного представления открывает широкие возможности по применению высокоэффективных алгоритмов вычислительной геометрии в анализе и распознавании формы растровых дискретных изображений.

Without Geometry life is pointless

Computational

Without Geometry life is pointless

Спасибо за внимание!